

I. Tổng hợp 1:

Bài 1 : Cho tứ giác ABCD biết số đo của các góc A; B; C; D tỉ lệ thuận với 5; 8; 13 và 10.

a/ Tính số đo các góc của tứ giác ABCD

b/ Kéo dài hai cạnh AB và DC cắt nhau ở E, kéo dài hai cạnh AD và BC cắt nhau ở F. Hai tia phân giác của các góc AED và góc AFB cắt nhau ở O. Phân giác của góc AFB cắt các cạnh CD và AB tại M và N. Chứng minh O là trung điểm của đoạn MN.

Bài 2: Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$).

a/ Chứng minh rằng nếu hai tia phân giác của hai góc A và D cùng đi qua trung điểm F của cạnh bên BC thì cạnh bên AD bằng tổng hai đáy.

b/ Chứng minh rằng nếu $AD = AB + CD$ thì hai tia phân giác của hai góc A và D cắt nhau tại trung điểm của cạnh bên BC.

Bài 3: Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ $AH \perp BD$. Trung điểm của DH là I. Nối AI. Kẻ đường thẳng vuông góc với AI tại I cắt cạnh BC ở K. Chứng minh K là trung điểm cạnh BC.

Bài 4: Cho hình bình hành ABCD, hai đường chéo cắt nhau ở O. Hai đường thẳng d_1 và d_2 cùng đi qua O và vuông góc với nhau. Đường thẳng d_1 cắt các cạnh AB và CD ở M và P. Đường thẳng d_2 cắt các cạnh BC và AD ở N và Q.

a/ Chứng minh tứ giác MNPQ là hình thoi.

b/ Nếu ABCD là hình vuông thì tứ giác MNPQ là hình gì? Chứng minh.

Bài 5: Cho tứ giác ABCD có $AD = BC$ và $AB < CD$. Trung điểm của các cạnh AB và CD là M và N. Trung điểm của các đường chéo BD và AC là P và Q.

a/ Chứng minh tứ giác MNPQ là hình thoi.

b/ Hai cạnh DA và CB kéo dài cắt nhau tại G, kẻ tia phân giác Gx của góc AGB. Chứng minh $Gx \parallel MN$

II. Diện tích hình chữ nhật - hình vuông - hình tam giác:

Bài 1: Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 5\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$. Trên cạnh AD dựng tam giác ADE sao cho AE và DE cắt cạnh BC lần lượt tại M và N và M là trung điểm của đoạn thẳng AE. Tính diện tích tam giác ADE.

Bài 2:

1/ Tính diện tích hình chữ nhật biết rằng trong hình chữ nhật có một điểm M cách đều ba cạnh và giao điểm của hai đường chéo và khoảng cách đó là 4cm

2/ Tính diện tích hình thang vuông có đáy nhỏ bằng chiều cao bằng 6cm và góc lớn nhất bằng 135°

Bài 3 :

1/ Chứng minh rằng diện tích của hình vuông dựng trên cạnh góc vuông của tam giác vuông cân bằng hai lần diện tích của hình vuông dựng trên đường cao thuộc cạnh huyền

2/ Chứng minh rằng diện tích của hình vuông có cạnh là đường chéo của hình chữ nhật thì lớn hơn hoặc bằng hai lần diện tích của hình chữ nhật.

Bài 4 : Cho hai hình vuông có cạnh a và chung nhau một đỉnh, cạnh của một hình nằm trên đường chéo của hình vuông kia. Tính diện tích phần chung của hai hình vuông.

III. Diện tích tam giác:

Bài 1:

1/ Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 4\text{cm}$, $BC = 3\text{cm}$. Trên DC lấy điểm M sao cho $MC = 2\text{cm}$, điểm N thuộc cạnh AB. Tính diện tích tam giác CMN

2/ Cho hình chữ nhật ABCD và điểm M thuộc cạnh AB. Tìm tỉ số $\frac{S_{MCD}}{S_{ABCD}}$

Bài 2: Cho tam giác ABC. Các đường trung tuyến BE và CF cắt nhau tại G. So sánh diện tích tam giác GEC và tam giác ABC.

Bài 3: Cho hình thang ABCD, $BC \parallel AD$. Các đường chéo cắt nhau tại O. Chứng minh rằng $S_{OAB} = S_{OCD}$ và từ đó suy ra $OA \cdot OB = OC \cdot OD$.

Bài 4:

a/ Chứng minh rằng các đường trung tuyến của tam giác chia tam giác thành 6 phần có diện tích bằng nhau.

b/ Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC thì $S_{GAB} = S_{GAC} = S_{GBC}$.

Bài 5: Cho tam giác vuông ABC vuông tại A. Trên cạnh AB, AC, BC và ở phía ngoài của tam giác dựng các hình vuông ABED, ACPQ và BCMN. Đường cao AH thuộc cạnh huyền của tam giác vuông ABC cắt MN tại F. Chứng minh:

a/ $S_{BHFN} = S_{ABED}$, từ đó suy ra $AB^2 = BC.BH$

b/ $S_{HCMF} = S_{ACPQ}$, từ đó suy ra $AC^2 = BC.HC$

IV. Diện tích hình thang - Hình bình hành - Hình thoi

Bài 1:

1/ Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 48\text{cm}$, $BC = 24\text{cm}$, điểm E là trung điểm của DC. Tìm điểm F trên AB sao cho diện tích tứ giác FBCE bằng diện tích hình chữ nhật ABCD.

2/ Đường chéo của hình thoi bằng 18 cm; 24cm. Tính chu vi hình thoi và khoảng cách giữa các cạnh song song.

Bài 2: Diện tích của một hình thoi là 540dm^2 . Một trong những đường chéo của nó bằng 4,5dm. Tính khoảng cách giao điểm của các đường chéo đến các cạnh.

Bài 3:

a/ Tính diện tích hình thang cân có đường cao h và các đường chéo vuông góc với nhau

b/ Hai đường chéo của hình thang cân vuông góc với nhau còn tổng hai cạnh đáy bằng 2a. Tính diện tích của hình thang.

Bài 4: Cho hình bình hành ABCD, trên tia đối của tia BA lấy điểm E, trên tia đối của tia DA lấy điểm K. Đường thẳng ED cắt KB tại O. Chứng minh rằng diện tích tứ giác ABOD và CEOK bằng nhau.

V. Tổng hợp 2

Bài 1: Cho hình chữ nhật ABCD có cạnh $AB = 4\text{cm}$, $BC = 3\text{cm}$. Kẻ các tia phân giác của các góc trong, chúng cắt nhau ở M, N, P, Q.

a/ Chứng minh tứ giác MNPQ là hình vuông.

b/ Tính diện tích hình vuông MNPQ.

Bài 2: Cho tam giác đều ABC

a/ Chứng minh 3 đường cao của tam giác đó bằng nhau

b/ Chứng minh rằng tổng các khoảng cách từ điểm D bất kỳ thuộc miền trong của tam giác đều đó đến các cạnh của tam giác không phụ thuộc vào vị trí của D.

Bài 3: Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$), đường cao AH, O là trung điểm của AH. Tia BO cắt AC tại D, tia CO cắt AB ở E. Tính tỉ số diện tích tứ giác ADOE và diện tích tam giác ABC.

Bài 4: Cho hình bình hành ABCD. Từ B kẻ đường thẳng cắt cạnh CD tại M (M nằm giữa C và D). Từ D kẻ đường thẳng cắt cạnh CB tại điểm N (N nằm giữa B và C); BM và DN cắt nhau tại I. Biết $BM = ND$

a/ Chứng minh diện tích tam giác ABM bằng diện tích tam giác AND

b/ Chứng minh IA là phân giác của góc BID

Bài 5: Cho hình bình hành ABCD. Gọi P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Nối AQ và RB cắt nhau ở điểm I, nối AQ và DP cắt nhau ở K, CS cắt DP ở N và CS cắt RB ở M.

a/ Chứng minh tứ giác MNIK là hình bình hành.

b/ Chứng minh $KI = \frac{2}{5}AQ$ và $KN = \frac{2}{5}DP$

c/ Chứng minh diện tích hình bình hành MNKI bằng $\frac{1}{5}$ diện tích hình bình hành ABCD.

Bài 6: Cho hình bình hành ABCD và điểm O tùy ý thuộc miền trong của hình bình hành. Nối OA, OB, OC, OD. Chứng minh: $S_{OAB} + S_{OCD} = S_{OAD} + S_{OBC}$

VI. Định lý Talét trong tam giác

Bài 1: Cho hình thang ABCD, ($AB \parallel CD$), $AB = a$, $CD = b$. Hai đường chéo cắt nhau tại I. Qua I kẻ $EF \parallel AB$ cắt hai cạnh bên tại E, F

a/ Chứng minh $IE = IF$

b/ Tính EF theo a và b

Bài 2: Kẻ đường cao BD và CE của tam giác ABC và các đường cao DF và EG của tam giác ADE.

a/ Chứng minh hệ thức $AD.AE = AC.AF$

b/ Chứng minh $FG \parallel BC$.

Bài 3: Cho góc xOy , trên cạnh Ox lấy một điểm M, trên cạnh Oy lấy một điểm N. Điểm A là một điểm thay đổi trên đoạn thẳng MN, qua A kẻ đường thẳng song song với Ox cắt Oy tại Q và dựng đường thẳng song song với Oy cắt Ox tại P. Chứng

minh:
$$\frac{OP}{OM} + \frac{OQ}{ON} = 1$$

Bài 4: Cho hình bình hành ABCD, qua đỉnh D kẻ một đường thẳng, nó cắt các đường thẳng AC, AB, BC theo thứ tự tại M, N, K. Chứng minh:

a/ $DM^2 = MN.MK$

b/ $\frac{DM}{DN} + \frac{DM}{DK} = 1$

Bài 5: (Định lý Mê-nê-lauýt). Giả sử ba điểm M, N, P theo thứ tự nằm trên các đường thẳng chứa các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC. Chứng minh rằng các điểm M.

N và P nằm trên một đường thẳng khi và chỉ khi:
$$\frac{AM}{BM} \cdot \frac{BN}{CN} \cdot \frac{CP}{AP} = 1$$

Bài 6: Đường thẳng a cắt các cạnh AB, AD và đường chéo AC của hình bình hành

ABCD theo thứ tự E, F, M. Chứng minh:
$$\frac{AB}{AE} + \frac{AD}{AF} = \frac{AC}{AM}$$

Bài 7: Cho hình bình hành MNPQ. Một đường thẳng đi qua M cắt các đường thẳng NP, PQ, QN theo thứ tự A, B, C. Chứng minh:

a/ AN.BQ không đổi

b/ $MC^2 = AC.BC$

VII. Tính chất đường phân giác của một tam giác

Bài 1: Cho tam giác ABC biết $AB = 8\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$. Vẽ phân giác trong BD và CE.

a/ Tính các đoạn thẳng AE, AD, EF, DC

b/ Lấy điểm K trên BC sao cho $BK = \frac{40}{7}$ cm. Chứng minh AK, BD, CE đồng quy.

Bài 2: Cho tam giác ABC có ba cạnh AB, BC, AC tỉ lệ với 3, 7, 5. Các đường phân giác AD, BE, CL cắt nhau tại O.

a/ Tính CE biết AC = 16cm

b/ Tính BC biết $CD - DB = 4\text{cm}$

c/ Tính tỉ số $\frac{OE}{OB}$

d/ Chứng minh $\frac{AL}{LB} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{EC}{EA} = 1$

Bài 3: Cho tam giác ABC ($AB \neq AC$). Qua trung điểm M của cạnh BC, kẻ đường thẳng song song với đường phân giác của góc A, đường thẳng này cắt đường thẳng AB và AC theo thứ tự D và E. Chứng minh rằng $BD = CE$

VIII. Tam giác đồng dạng và các trường hợp đồng dạng của hai tam giác

Bài 1: Tứ giác ABCD có $\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$. Từ một điểm M bất kỳ trên đường chéo

AC kẻ $MP \perp BC$, $MQ \perp AD$. Chứng minh: $\frac{MP}{AB} + \frac{MQ}{CD} = 1$

Bài 2: Cho tam giác ABC có $AB = 15\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$. Trên hai cạnh AB và AC lần lượt lấy hai điểm D và E sao cho $AD = 8\text{cm}$, $AE = 6\text{cm}$. Chứng minh: $\hat{AED} = \hat{ABC}$

Bài 3: Từ một điểm D bất kỳ trên cạnh huyền AB của tam giác vuông ABC, kẻ một đường thẳng vuông góc với AB, cắt BC kéo dài tại E và cạnh AC kéo dài tại K. Chứng minh: $AD \cdot BD = DK \cdot DE$

IX. Tổng hợp hình học phẳng

Bài 1: Cho hình thoi ABCD. P là một điểm trên cạnh AB sao cho $AP = \frac{1}{3} AB$

Q là một điểm trên cạnh CD sao cho $CQ = \frac{1}{3} CD$. Gọi I là giao điểm của PQ và AD.

a/ Tam giác BID là tam giác gì? Vì sao?

b/ Gọi K là giao điểm của DP và BI. Chứng minh K là trung điểm của BI

c/ Giả sử đỉnh B cố định, đường chéo BD nằm trên đường thẳng Bx cố định, các đỉnh còn lại của hình thoi, di động nhưng luôn luôn có độ dài bằng a không đổi. Chứng minh mỗi điểm D, I, A chuyển động trên một đường cố định.

Bài 2: Cho tam giác ABC ($AB \neq AC$) và điểm O là giao điểm các đường trung trực của tam giác. Về phía ngoài của tam giác, vẽ hai hình vuông ABDE và ACGH. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của EH và BC.

a/ Chứng minh AM vuông góc với BC.

b/ Nếu $OH = OE$:

- Tứ giác AMON là hình gì? Vì sao?

- Tính góc BAC.

Bài 3: Cho tam giác AOB ($OA = OB$). Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt AO ở C.

a/ Chứng minh O là trung điểm của AC

b/ Kẻ đường cao AD của tam giác AOB, đường thẳng kẻ qua B song song với AD cắt tia OA ở F. Chứng minh $OA^2 = OD \cdot OF$

c/ Đường thẳng qua B song song với đường phân giác AE của góc OAB cắt tia OA ở P. Tam giác APB là tam giác gì? Vì sao ?

d/ Chứng minh $OE \cdot AP = OA \cdot EB$

Bài 4 : Cho hình vuông ABCD cạnh bằng a, I là trung điểm của cạnh AB. Trên tia đối của tia CD, CB, DC, AD lần lượt lấy các điểm M, N, P, Q sao cho $CM = a$, $CN = 2a$, $DP = 2a$, $AQ = 3a$

a/ Chứng minh rằng tam giác IAD, MCN và DPQ là các tam giác đồng dạng.

b/ Tam giác MNQ là tam giác gì? Tứ giác MNPQ là hình gì?

c/ Chứng minh rằng các đường thẳng ID đi qua trung điểm E và F của Np và MQ.

d/ Chứng minh I là trung điểm của NQ.

e/ Gọi S là giao điểm của QM và PN, R là trung điểm của PQ. Chứng minh SR, QN, và CD cắt nhau tại một điểm

Bài 5: Cho hình thang vuông ABCD, đáy AB và CD, $AB = m$, $CD = n$ và $BC = m+n$. Gọi O là trung điểm của AD, trên BC lấy điểm E sao cho $BE = m$.

a/ Chứng minh các tam giác AEB và tam giác BOC là tam giác vuông

b/ Chứng minh $AD^2 = 4ab$

c/ Gọi I là giao điểm của OC với DE, H là giao điểm của OB với AE. Các tứ giác OIEH, AHID là hình gì?

d/ Tính S_{OIEH} và S_{AHID} biết $a = 9\text{cm}$, $b = 4\text{cm}$.

X. Hình học không gian

Bài 1: Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A₁B₁C₁D₁. Chứng tỏ rằng:

a/ Tứ giác A₁B₁C₁D₁ là hình chữ nhật

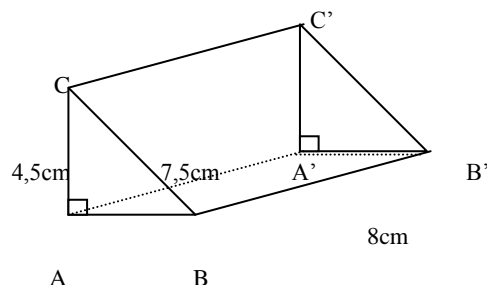
b/ $A_1C = D_1B = C_1A = B_1D$.

Bài 2: Cho hình chóp SABC có mặt đáy và các mặt bên là những tam giác đều cạnh 10cm. Tính diện tích toàn phần và thể tích của hình chóp.

Bài 3: Một cái lều ở một trại hè của học sinh có các kích thước nêu ở hình bên

a/ Tính lượng không khí trong lều

b/ Tính số vải bạt cần thiết để dựng lều
(Không kể nếp gấp đường viền)



Bài 4: Hình chóp cụt của tứ giác đều ABCD.A₁B₁C₁D₁ có cạnh đáy $AB = 8\text{cm}$, $A_1B_1 = 4\text{cm}$, cạnh bên là $\sqrt{13}\text{cm}$.

a/ Tính chiều cao thuộc mặt bên của hình chóp

b/ Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình chóp