ĐỀ TỰ LUYỆN THPT QUỐC GIA NĂM HỌC 2014- 2015

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút

Câu 1* *(2,0 điểm).* Cho hàm số $f(x) = x^4 + 2(m-2)x^2 + m^2 - 5m + 5$ (C_m)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số với m = 1

2) Tìm m để (C_m) có các điểm cực đại, cực tiểu tạo thành 1 tam giác vuông cân.

Câu 2* *(1,0 điểm)*

1. Giải phương trình: $\cos 2x + 5 = 2(2 - \cos x)(\sin x - \cos x)$
2. Giải phương trình nghiệm phức: $z^2 - i = 0, (z \in C)$

Câu 3 *(0,5 điểm) Giải phương trình sau:

$$5.3^{2x-1} - 7.3^{x-1} + \sqrt{1 - 6.3^x + 9^{x+1}} = 0$$

Câu 4 (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^2 + 1 + y(y+x) = 4y \\ (x^2+1)(y+x-2) = y \end{cases}$ (x, y $\in \mathbb{R}$) (2)

Câu 5* *(1,0 điểm).*

Tính tích phân sau: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \sin^2 x)\cos x dx$

Câu 6 *(1,0 điểm).*

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. SA $\perp$ (ABCD) và SA = a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD, SC. Tính thể tích tứ diện BDMN và khoảng cách từ D đến mp(BMN).

Câu 7 (1,0 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$. Tìm điểm M thuộc trục tung sao cho qua M kẻ được hai tiếp tuyến của (C) mà góc giữa hai tiếp tuyến đó bằng 60^0.

Câu 8* (1,0 điểm)

Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ và mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 14 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3.

Câu 9 (0,5 điểm)

Cho tập A= {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6}. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau chọn trong A sao cho số đó chia hết cho 15.

Câu 10 *(1,0 điểm).* Cho ba số thực không âm a, b, c thỏa mãn: $a^{2009} + b^{2009} + c^{2009} = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = a^4 + b^4 + c^4$.

ĐÁP ÁN

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	1	HS tự làm (HS làm đủ các bước)	1
	2	Hàm số có CĐ, CT khi m < 2 . Toạ độ các điểm cực trị là: $A(0;m^2-5m+5),\ B(\sqrt{2-m};1-m),\ C(-\sqrt{2-m};1-m)$	0,5
		Tam giác ABC luôn cân tại A $\Rightarrow$ ΔABC vuông tại A khi m = 1.	0,5
2	1	$(\cos x-\sin x)^2-4(\cos x-\sin x)-5=0$	0,25
		$\Leftrightarrow\ x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \vee x=\pi+k2\pi$	0,25
	2	$i=\frac{1}{2}.(2i)=\frac{1}{2}(1+i)^2$	0.25
		$z^2=\frac{1}{2}(1+i)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i \\ z=\frac{-\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i \end{array}\right.$	0.25
3		**) Đặt** $t=3^x>0$**. (1)** $\Leftrightarrow$ $5t^2-7t+3\|3t-1\|=0$	0.25
		$\Rightarrow\ x=\log_3\frac{3}{5};\ x=-\log_3 5$	0.25
4		$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2+1}{y}+y+x-2=2 \\ \frac{x^2+1}{y}(y+x-2)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2+1}{y}=1 \\ y+x-2=1 \end{cases}$	0,5
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=-2 \\ y=5 \end{cases}$	0,5
5		Đặt $\sin^2 x=t$, đổi cận	0,5
		$I=\frac{1}{2}\int_0^1 e^t(1-t)dt\ =\ \frac{1}{2}e$	0,5
6			
		Gắn hệ trục toạ độ sao cho: A(0; 0; 0), B(a; 0; 0), D(0; a; 0), C(a; a; 0), S(0; 0; a), $M\left(0;\frac{a}{2};0\right),\ N\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right) \Rightarrow \left[\overrightarrow{BN},\overrightarrow{BM}\right]=\left(-\frac{a^2}{4};-\frac{a^2}{2};\frac{a^2}{4}\right)$ $\Rightarrow V_{BMND}=\frac{1}{6}\left\|\left[\overrightarrow{BN},\overrightarrow{BM}\right]\overrightarrow{BD}\right\|=\frac{a^3}{24}$	0,5
		Mặt khác, $V_{BMND}=\frac{1}{3}S_{BMN}.d\left(D,(BMN)\right)$, $S_{BMN}=\frac{1}{2}\left\|\left[\overrightarrow{BN},\overrightarrow{BM}\right]\right\|=\frac{a^2\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$	0,25

		$\Rightarrow d\left(D,(BMN)\right)=\dfrac{3V_{BMND}}{S_{BMN}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$	**0,25**
7			
		(C) có tâm I(3;0) và bán kính R = 2. Gọi M(0; m) $\in$ Oy Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA và MB $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} AMB=60^0 \quad (1) \\ AMB=120^0 \ (2)\end{array}\right.$ Vì MI là phân giác của AMB nên: (1) $\Leftrightarrow$ AMI = 30^0 $\Leftrightarrow MI=\dfrac{IA}{\sin 30^0}$ $\Leftrightarrow$ MI = 2R $\Leftrightarrow \sqrt{m^2+9}=4 \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{7}$ (2) $\Leftrightarrow$ AMI = 60^0 $\Leftrightarrow MI=\dfrac{IA}{\sin 60^0}$ $\Leftrightarrow$ MI = $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ R $\Leftrightarrow \sqrt{m^2+9}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ Vô nghiệm Vậy có hai điểm $M_1(0;\sqrt{7})$ và $M_2(0;-\sqrt{7})$	**0,5** **0,5**
8			
		S) có tâm I(1; –2; –1), bán kính R = 3. (Q) chứa Ox $\Rightarrow$ (Q): ay + bz = 0.	**0,5**
		Mặt khác đường tròn thiết diện có bán kính bằng 3 cho nên (Q) đi qua tâm I. Suy ra: –2a – b = 0 $\Leftrightarrow$ b = –2a (a $\neq$ 0) $\Rightarrow$ (Q): y – 2z = 0.	**0,5**
9		Nhận xét: Số chia hết cho 15 thì chia hết 3 và chia hết 5. • Các bộ số gồm 5 số có tổng chia hết cho 3 là: (0; 1; 2; 3; 6), (0; 1; 2; 4; 5), (0; 1; 3; 5; 6), (0; 2; 3; 4; 6), (0; 3; 4; 5; 6),(1; 2; 3; 4; 5), (1; 2; 4; 5; 6). • Mỗi số chia hết cho 5 khi và chỉ khi số tận cùng là 0 hoặc 5. + Trong các bộ số trên có 4 bộ số có đúng một trong hai số 0 hoặc 5 $\Rightarrow 4.P_4$ = 96 số chia hết cho 5	**0.25**
		+ Trong các bộ số trên có 3 bộ số có cả 0 và 5. Nếu tận cùng là 0 thì có P_4= 24 số chia hết cho 5. Nếu tận cùng là 5 vì do số hàng chục nghìn không thể là số 0, nên có $3.P_3$=18 số chia hết cho 5. Trong trường hợp này có: $3(P_4+3P_3)$ = 126 số. Vậy số các số theo yêu cầu bài toán là: 96 + 126 = 222 số.	**0.25**
10		**:** Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 2005 số 1 và 4 số a^{2009} ta có:	**0.25**

		$\underbrace{1+1+...+1}_{2005}+a^{2009}+a^{2009}+a^{2009}+a^{2009} \geq 2009.\sqrt[2009]{a^{2009}.a^{2009}.a^{2009}.a^{2009}} = 2009.a^4$ (1)	
		Tương tự: $\underbrace{1+1+...+1}_{2005}+b^{2009}+b^{2009}+b^{2009}+b^{2009} \geq 2009.\sqrt[2009]{b^{2009}.b^{2009}.b^{2009}.b^{2009}} = 2009.b^4$ (2) $\underbrace{1+1+...+1}_{2005}+c^{2009}+c^{2009}+c^{2009}+c^{2009} \geq 2009.\sqrt[2009]{c^{2009}.c^{2009}.c^{2009}.c^{2009}} = 2009.c^4$ (3)	**0.25**
		Từ (1), (2), (3) ta được: $6015+4(a^{2009}+b^{2009}+c^{2009}) \geq 2009(a^4+b^4+c^4)$	**0.25**
		$\Leftrightarrow$ $6027 \geq 2009(a^4+b^4+c^4)$. Từ đó suy ra $P=a^4+b^4+c^4 \leq 3$ Mặt khác tại a = b = c = 1 thì P = 3 nên giá trị lớn nhất của P = 3.	**0.25**

Chú ý : Học sinh làm cách khác mà vẫn đúng vẫn được điểm tối đa