

## BÀI TẬP HÀM SỐ LIÊN TỤC

**1. Xét tính liên tục của các hàm số sau tại các điểm đã chỉ ra dưới đây :**

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1}; & x \neq 1 \\ 5; & x = 1 \end{cases} \quad \text{tại } x = 1$$

$$b) f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - x - 2}{x - 1}; & x \neq 1 \\ 3; & x = 1 \end{cases} \quad \text{tại } x = 1$$

$$c) f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 4; & x > 2 \\ 3x - 4; & x \leq 2 \end{cases} \quad \text{tại } x = 2$$

$$d) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}; & x > -1 \\ 2x + 3; & x \leq -1 \end{cases} \quad \text{tại } x = -1$$

$$e) f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}}{x-2}; & x \neq 2 \\ \frac{1}{2}; & x = 2 \end{cases} \quad \text{tại } x = 2$$

$$f) f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-1} - 1}{x-2}; & x > 2 \\ \frac{x}{2}; & x \leq 2 \end{cases} \quad \text{tại } x = 2$$

**2. Xét tính liên tục của các hàm số sau trên  $\mathbb{R}$  :**

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2}; & x \leq 1 \\ -\frac{1}{x}; & x > 1 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 27}{x - 3}; & x \neq 3 \\ 27; & x = 3 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}; & x \neq 2 \\ x - 1; & x = 2 \end{cases}$$

$$d) f(x) = \begin{cases} x^3 + 3x; & x \leq -1 \\ 5 - 9x^2; & x > -1 \end{cases}$$

$$e) f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x - 1}; & x \neq 1 \\ 2; & x = 1 \end{cases}$$

$$f) f(x) = \begin{cases} (x+1)^2; & x \leq 0 \\ x^2 + 2; & x > 0 \end{cases}$$

**3. Tìm m để các hàm số sau liên tục tại các điểm chỉ ra dưới đây :**

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x - 4}; x \neq 4 \\ 3mx + 5; x = 4 \end{cases} \text{ tại } x = 4$$

$$b) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1}; x > 1 \\ 2m - 5x; x \leq 1 \end{cases} \text{ tại } x = 1$$

$$c) f(x) = \begin{cases} \frac{3 - x}{\sqrt{x + 1} - 2}; x \neq 3 \\ \frac{1}{2}mx + 2; x = 3 \end{cases} \text{ tại } x = 3$$

$$d) f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + x - 3}{x - 1}; x \neq 1 \\ 3mx + \frac{1}{2} \end{cases} \text{ tại } x = 1$$

**4. Tìm m để các hàm số sau liên tục trên  $\mathbb{R}$  :**

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 18}{x - 3}; x \neq 3 \\ mx^2 + m - 1; x = 3 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}; x \neq 1 \\ 3m^2x + m \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} \frac{x - 1}{\sqrt{2 - x}}; x < 1 \\ 2mx + 1; x \geq 1 \end{cases}$$

$$d) f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x + 2} - 2}{\sqrt{x + 7} - 3}; x \neq 2 \\ x^2 - 3mx; x = 2 \end{cases}$$

**5. Chứng minh rằng :**

- a) Phương trình  $x^3 - x - 1 = 0$  có nghiệm trong  $(1 ; 2)$
- b) Phương trình  $2x^3 + x^2 + 5x - 1 = 0$  có nghiệm trong  $(0 ; 1)$
- c) Phương trình  $2x^3 - 5x - 1 = 0$  có 3 nghiệm phân biệt
- d) Phương trình  $2x^3 - 6x + 1 = 0$  có 3 nghiệm phân biệt
- e) Phương trình  $m(x - 1)(x + 2) + 2x + 1 = 0$  có nghiệm với mọi giá trị của m
- f) Phương trình  $\sin x + m \cos 2x = 0$  có nghiệm với mọi giá trị của m.
- g) Phương trình  $x(x - 1)^3(x + 2) + 2x + 3 = 0$  có nghiệm với mọi giá trị của m.
- h) Phương trình  $(m^2 + m + 1)x^4 + 2x - 2 = 0$  có nghiệm với mọi giá trị của m.