

LƯ SĨ PHÁP

Giáo Viên Trường THPT Tuy Phong

TOÁN 12



CHUYÊN ĐỀ

ÔN THI THPTQG

TẬP 2

CHUYÊN ĐỀ 4: NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN

CHUYÊN ĐỀ 5: SỐ PHỨC

**CHUYÊN ĐỀ 6: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG
KHÔNG GIAN – HÌNH HỌC GIẢI TÍCH**

NĂM 2017

LỜI NÓI ĐẦU

Quý đọc giả, quý thầy cô và các em học sinh thân mến!

Nhằm giúp các em học sinh có tài liệu tự học môn Toán, tôi biên soạn tập tài liệu ôn thi THPTQG của lớp 12.

Nội dung của cuốn tài liệu bám sát chương trình chuẩn và chương trình nâng cao về môn Toán đã được Bộ Giáo dục và Đào tạo quy định.

NỘI DUNG

- A. Lí thuyết cần nắm.
- B. Trắc nghiệm.
- C. Đáp án.

Cuốn tài liệu được xây dựng sẽ còn có những khiếm khuyết. Rất mong nhận được sự góp ý, đóng góp của quý đồng nghiệp và các em học sinh để lần sau cuốn bài tập hoàn chỉnh hơn.

Mọi góp ý xin gọi về số 01655.334.679 – 0916 620 899

Email: lsp02071980@gmail.com

Chân thành cảm ơn.

Lư Sĩ Pháp
GV_ Trường THPT Tuy Phong

MỤC LỤC

Chuyên đề 4. Nguyên hàm – Tích phân và ứng dụng	01 – 50
Chuyên đề 5. Số phức	51 – 67
Chuyên đề 6. Phương pháp tọa độ trong không gian	68 – 125

CHUYÊN ĐỀ 4

NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN - ỨNG DỤNG

---o0o---

§1. NGUYÊN HÀM

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

§1. NGUYÊN HÀM

1. Định nghĩa: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K . Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in K$.

Như vậy: $\int f(x)dx = F(x) + C \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$

2. Tính chất

$$\diamond \int f'(x)dx = f(x) + C \quad \diamond \int kf(x)dx = k \int f(x)dx \quad \diamond \int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$$

3. Bảng nguyên hàm

Nguyên hàm của các hàm số sơ cấp thường gặp	Nguyên hàm của những hàm số hợp đơn giản	Nguyên hàm của những hàm số hợp (với $t = t(x)$)
1. $\int 0dx = C$		$\int 0dt = C$
2. $\int dx = x + C$	$\int kdx = kx + C$	$\int dt = t + C$
3. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C (\alpha \neq -1)$	$\int (ax+b)^\alpha dx = \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{a(\alpha+1)} + C (\alpha \neq -1)$	$\int t^\alpha dt = \frac{t^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C (\alpha \neq -1)$
4. $\int \frac{1}{x^\alpha} dx = -\frac{1}{(\alpha-1)x^{\alpha-1}} + C$	$\int \frac{1}{(ax+b)^\alpha} dx = -\frac{1}{a(\alpha-1)(ax+b)^{\alpha-1}} + C$	$\int \frac{1}{t^\alpha} dt = -\frac{1}{(\alpha-1)t^{\alpha-1}} + C$
5. $\int \sqrt{x}dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$	$\int \sqrt{ax+bdx} = \frac{2}{3a}\sqrt{(ax+b)^3} + C$	$\int \sqrt{t}dt = \frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{3}\sqrt{t^3} + C$
6. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	$\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot \ln ax+b + C$	$\int \frac{1}{t} dt = \ln t + C$
7. $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$	$\int \frac{1}{(ax+b)^2} dx = -\frac{1}{a(ax+b)} + C$	$\int \frac{1}{t^2} dt = -\frac{1}{t} + C$
8. $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C, x > 0$	$\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}} dx = \frac{2\sqrt{ax+b}}{a} + C, ax+b > 0, a \neq 0$	$\int \frac{1}{\sqrt{t}} dt = 2\sqrt{t} + C, t > 0$
9. $\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot e^{ax+b} + C$	$\int e^t dt = e^t + C$
10. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C (a \neq 1, a > 0)$	$\int a^{\alpha x+\beta} dx = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{a^{\alpha x+\beta}}{\ln a} + C (a \neq 1, a > 0)$	$\int a^t dt = \frac{a^t}{\ln a} + C$ ($a \neq 1, a > 0$)
11. $\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \cdot \sin(ax+b) + C$	$\int \cos t dt = \sin t + C$
12. $\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cdot \cos(ax+b) + C$	$\int \sin t dt = -\cos t + C$
13. $\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \tan(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \ln \cos x + C$	$\int \tan t dt = -\ln \cos t + C$

14. $\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	$\int \cot(ax+b)dx = \frac{1}{a} \ln \sin x + C$	$\int \cot t dt = \ln \sin t + C$
15. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \cdot \tan(ax+b) + C$	$\int \frac{1}{\cos^2 t} dt = \tan t + C$
16. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cdot \cot(ax+b) + C$	$\int \frac{1}{\sin^2 t} dt = -\cot t + C$
17. $\int \tan^2 x dx = \tan x - x + C$	$\int \tan^2(ax+b)dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) - x + C$	$\int \tan^2 t dx = \tan t - t + C$
18. $\int \cot^2 x dx = -\cot x - x + C$	$\int \cot^2(ax+b)dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) - x + C$	$\int \cot^2 t dx = -\cot t - t + C$
19. $\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$	$\int \frac{1}{(ax+b)(cx-d)} dx = \frac{1}{ad-bc} \ln \left \frac{ax+b}{cx+d} \right + C$	
20. $\int \ln x dx = x \ln x - x + C$	$\int \ln(ax+b) dx = \frac{(ax+b) \ln(ax+b) - ax}{a} + C$	
21. $\int \log_a x dx = \frac{x \ln x - x}{\ln a} + C$	$\int \log_a(mx+n) dx = \frac{(mx+n) \ln(mx+n) - mx}{m \ln a} + C$	

4. Phương pháp tính nguyên hàm

a. Phương pháp biến đổi

❖ Nếu $\int f(u)du = F(u) + C$ và $u = u(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục thì

$\int f(u(x))u'(x)dx = F(u(x)) + C$. **Lưu ý:** Đặt $t = u(x) \Rightarrow dt = u'(x)dx$. Khi đó: $\int f(t)dt = F(t) + C$, sau đó thay ngược lại $t = u(x)$ ta được kết quả cần tìm.

❖ Với $u = ax + b (a \neq 0)$, ta có $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C$

b. Phương pháp tính nguyên hàm từng phần

❖ Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm liên tục trên K thì

$$\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)dx \quad \text{hay} \quad \int u dv = uv - \int v du$$

❖ Đặt $u = f(x) \Rightarrow du = f'(x)dx$ và $dv = g(x)dx \Rightarrow v = \int g(x)dx = G(x)$ (chọn $C = 0$)

Lưu ý: Với $P(x)$ là đa thức

Đặt	N.Hàm	$\int P(x)e^x dx$	$\int P(x) \cos x dx$ hay $\int P(x) \sin x dx$	$\int P(x) \ln x dx$
u		$P(x)$	$P(x)$	$\ln x$
dv		$e^x dx$	$\cos x dx$ hay $\sin x dx$	$P(x) dx$

Yêu cầu tìm nguyên hàm của một hàm số được hiểu là tìm nguyên hàm trên từng khoảng xác định của nó.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 \sin x + \frac{2}{x}$, $x > 0$ là.

- A. $\int f(x)dx = -3 \cos x + 2 \ln x$. B. $\int f(x)dx = 3 \sin x + 2 \ln x$.
 C. $\int f(x)dx = -3 \cos x + 2 \ln x + C$. D. $\int f(x)dx = 3 \sin x + 2 \ln x + C$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (1 + \cos x)^2$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{3x}{2} - 2 \sin x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{3x}{2} + 2 \cos x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$.
 C. $\int f(x)dx = \frac{3x}{2} + 2 \sin x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$. D. $\int f(x)dx = 2 \sin x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$.

Câu 3: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos \frac{x}{2}$ là.

- A. $\int f(x)dx = 2 \sin \frac{x}{2}$. B. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} + C$.
 C. $\int f(x)dx = 2 \sin \frac{x}{2} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2}$.

Câu 4: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$.

- A. $\int f(x)dx = x^2 + \ln|x-1| + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C$.
 C. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} - \ln|x-1| + C$. D. $\int f(x)dx = \ln|x-1| + C$.

Câu 5: Hãy tính $H = \int \frac{x+1}{(x-2)(x+3)} dx$.

- A. $H = \frac{1}{5} \ln \left[|x-2|^3 (x+3)^2 \right] + C$. B. $H = \ln \left[|x-2|^3 (x+3)^2 \right] + C$.
 C. $H = \frac{1}{15} \ln \left[|x-2|^3 (x+3)^2 \right] + C$. D. $H = \frac{1}{3} \ln \left[|x-2|^3 (x+3)^2 \right] + C$.

Câu 6: Hãy tính $M = \int \frac{1}{x\sqrt{1+x}} dx$.

- A. $M = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1} \right| + C$. B. $M = \ln \left| \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1} \right| + C$.
 C. $M = \ln \left| \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1} \right| + C$. D. $M = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1} \right| + C$.

Câu 7: Tính $I = \int \cot x dx$.

- A. $I = -\ln|\cos x| + C$. B. $I = \ln|\cos x| + C$. C. $I = \ln|\sin x| + C$. D. $I = -\ln|\sin x| + C$.

Câu 8: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$.

- A. $F(x) = \ln(e+1) + C$. B. $F(x) = \ln(e^x + 1) + C$.

C. $F(x) = \ln e^x + C.$

D. $F(x) = x \ln(e^x + 1) + C.$

Câu 9: Tính $H = \int x(1+x)^{\frac{3}{2}} dx.$

A. $H = (1+x^2)^{\frac{2}{5}} + C.$ B. $H = (1+x^2)^{\frac{5}{2}} + C.$ C. $H = \frac{1}{5}(1+x^2)^{\frac{2}{5}} + C.$ D. $H = \frac{1}{5}(1+x^2)^{\frac{5}{2}} + C.$

Câu 10: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin x \cos x}.$

A. $\int f(x)dx = \ln|\tan x| + C.$

B. $\int f(x)dx = \ln|\cot x| + C.$

C. $\int f(x)dx = \ln|\sin x| + C.$

D. $\int f(x)dx = \ln|\cos x| + C.$

Câu 11: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x \sin \frac{x}{2}.$

A. $F(x) = -x \cos \frac{x}{2} + 4 \sin \frac{x}{2} + C.$

B. $F(x) = -2x \cos \frac{x}{2} + 4 \sin \frac{x}{2} + C.$

C. $F(x) = -2 \cos \frac{x}{2} + 4 \sin \frac{x}{2} + C.$

D. $F(x) = 2x \cos \frac{x}{2} + 4 \sin \frac{x}{2} + C.$

Câu 12: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x - 3}.$

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-1}{x+3} \right| + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x+3}{x-1} \right| + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+3} \right| + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{3}{4} \ln \left| \frac{x+3}{x-1} \right| + C.$

Câu 13: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \frac{1}{\cos^2 x}$ biết $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

A. $F(x) = -\cos x + \tan x + \sqrt{2} - 1.$

B. $F(x) = \sin x + \cot x + \sqrt{2} - 1.$

C. $F(x) = -\cos x + \tan x + \sqrt{2}.$

D. $F(x) = \cos x - \tan x + \sqrt{2} - 1.$

Câu 14: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$ biết $F(e) = \frac{e^2}{2}.$

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \ln|x| + 1$ B. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln|x| - 1$ C. $F(x) = x^2 + \ln|x| - 1$ D. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln|x|$

Câu 15: Tìm hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = \frac{15\sqrt{x}}{14}$ và $f(1) = 4.$

A. $f(x) = \frac{\sqrt{x^3}}{7} - \frac{23}{7}.$ B. $f(x) = \frac{5\sqrt{x^3}}{7} - \frac{23}{7}.$ C. $f(x) = \frac{5\sqrt{x^3}}{7} + \frac{23}{7}.$ D. $f(x) = \frac{\sqrt{x^3}}{7} + \frac{23}{7}.$

Câu 16: Tìm hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = 2 - x^2$ và $f(2) = \frac{7}{3}.$

A. $f(x) = 2x - \frac{x^3}{3} + 1.$ B. $f(x) = 2x + \frac{x^3}{3} + 1.$ C. $f(x) = 2 - \frac{x^3}{3} + 1.$ D. $f(x) = 2x - x^3 + 1.$

Câu 17: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x^3 \sqrt{x^4 + 3}.$

A. $F(x) = (x^4 + 3) \sqrt{x^4 + 3} + C.$

B. $F(x) = \frac{(x^4 + 3) \sqrt{x^4 + 3}}{6} + C.$

$$\text{C. } F(x) = \frac{(x^4 + 3)\sqrt{x^4 + 3}}{4} + C.$$

$$\text{D. } F(x) = \frac{(x^4 + 3)\sqrt{x^4 + 3}}{3} + C.$$

Câu 18: Tính $K = \int \frac{\sqrt{1 + \tan x}}{\cos^2 x} dx$.

$$\text{A. } K = \frac{2}{3}(1 + \tan x)\sqrt{1 + \tan x} + C.$$

$$\text{B. } K = \frac{1}{3}(1 + \tan x)\sqrt{1 + \tan x} + C.$$

$$\text{C. } K = (1 + \tan x)\sqrt{1 + \tan x} + C.$$

$$\text{D. } K = \frac{2}{3}(1 + \cot x)\sqrt{1 + \tan x} + C.$$

Câu 19: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x-1)(x^4 + 3x)$ là.

$$\text{A. } \int f(x)dx = \frac{x^6}{6} - \frac{x^5}{5} + x^3 - \frac{3}{2}x^2.$$

$$\text{B. } \int f(x)dx = \frac{x^6}{6} - \frac{x^5}{5} + x^3 - \frac{3}{2}x^2 + C.$$

$$\text{C. } \int f(x)dx = x^6 - x^5 + x^3 - x^2 + C.$$

$$\text{D. } \int f(x)dx = \frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{4} + x^2 - \frac{3}{2}x + C.$$

Câu 20: Cho $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên K và $k \neq 0$. Khẳng định nào sau đây là sai ?

$$\text{A. } \int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$$

$$\text{B. } \int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx.$$

$$\text{C. } \int f'(x) dx = f(x) + C.$$

$$\text{D. } \int kf(x) dx = k \int f(x) dx.$$

Câu 21: Hãy tính $K = \int \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx$.

$$\text{A. } K = 2 \ln \left| \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} \right| - \sin x + C.$$

$$\text{B. } K = 2 \ln \left| \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} \right| + \cos x + C.$$

$$\text{C. } K = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} \right| - \sin x + C.$$

$$\text{D. } K = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} \right| - \cos x + C.$$

Câu 22: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x$ là.

$$\text{A. } \int f(x)dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\cos 2x + C.$$

$$\text{B. } \int f(x)dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x + C.$$

$$\text{C. } \int f(x)dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\cos 2x + C.$$

$$\text{D. } \int f(x)dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C.$$

Câu 23: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (1 - x^2)e^{2x}$.

$$\text{A. } \int f(x)dx = \frac{1}{4}(1 - 2x + 2x^2)e^{2x} + C.$$

$$\text{B. } \int f(x)dx = \frac{1}{4}(1 + 2x - 2x^2)e^{2x} + C.$$

$$\text{C. } \int f(x)dx = (1 + 2x - 2x^2)e^{2x} + C.$$

$$\text{D. } \int f(x)dx = \frac{1}{2}(1 + 2x - 2x^2)e^{2x} + C.$$

Câu 24: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = xe^x$.

$$\text{A. } F(x) = xe^x + e^x + C. \quad \text{B. } F(x) = x - e^x + C. \quad \text{C. } F(x) = xe^x + C. \quad \text{D. } F(x) = xe^x - e^x + C.$$

Câu 25: Hãy tính $E = \int (1+x) \ln x dx$.

$$\text{A. } E = \left(x + \frac{x^2}{2} \right) - \left(x + \frac{x^2}{4} \right) + C.$$

$$\text{B. } E = \left(x + \frac{x^2}{2} \right) \ln x - \left(x + \frac{x^2}{4} \right) + C.$$

$$\text{C. } E = \left(x + \frac{x^2}{2} \right) \ln x + C.$$

$$\text{D. } E = \left(x + \frac{x^2}{2} \right) \ln x + \left(x + \frac{x^2}{4} \right) + C.$$

Câu 26: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 \cos x - 3^{x-1}$ là.

$$\text{A. } \int f(x)dx = 3 \sin x + \frac{3^{x-1}}{\ln 3} + C.$$

$$\text{B. } \int f(x)dx = 3 \sin x - \frac{3^{x-1}}{\ln 3} + C.$$

$$\text{C. } \int f(x)dx = -3 \cos x - \frac{3^{x-1}}{\ln 3} + C.$$

$$\text{D. } \int f(x)dx = 3 \cos x - \frac{3^{x-1}}{\ln 3} + C.$$

Câu 27: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^4$ là.

$$\text{A. } \int f(x)dx = \frac{5}{4}x^5. \quad \text{B. } \int f(x)dx = \frac{5}{4}x^5 + C. \quad \text{C. } \int f(x)dx = \frac{4}{5}x^5 + C. \quad \text{D. } \int f(x)dx = \frac{4}{5}x^5.$$

Câu 28: Tính $K = \int (\ln x)^2 dx$.

$$\text{A. } K = (\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x + C.$$

$$\text{B. } K = x(\ln x)^2 - 2x \ln x + x + C.$$

$$\text{C. } K = x(\ln x)^2 - x \ln x + 2x + C.$$

$$\text{D. } K = x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x + C.$$

Câu 29: Hãy tính $G = \int \frac{\ln(\sin x)}{\cos^2 x} dx$.

$$\text{A. } G = \ln(\sin x) - x + C.$$

$$\text{B. } G = \tan x \cdot \ln(\sin x) + C.$$

$$\text{C. } G = \tan x \cdot \ln(\sin x) + x + C.$$

$$\text{D. } G = \tan x \cdot \ln(\sin x) - x + C.$$

Câu 30: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{\sqrt{3x-9}}$.

$$\text{A. } F(x) = \frac{2}{3} \left(\sqrt{3x-9} \cdot e^{\sqrt{3x-9}} + e^{\sqrt{3x-9}} \right) + C.$$

$$\text{B. } F(x) = \left(\sqrt{3x-9} - 1 \right) e^{\sqrt{3x-9}} + C.$$

$$\text{C. } F(x) = \frac{2}{3} \sqrt{3x-9} \cdot e^{\sqrt{3x-9}} + C.$$

$$\text{D. } F(x) = \frac{2}{3} \left(\sqrt{3x-9} \cdot e^{\sqrt{3x-9}} - e^{\sqrt{3x-9}} \right) + C.$$

Câu 31: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{\cos^3 x}{\cos x + 1}$.

$$\text{A. } F(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4} \sin 2x - \sin x - \tan \frac{x}{2} + C.$$

$$\text{B. } F(x) = \frac{3}{2}x + \frac{1}{4} \sin 2x + \sin x - \tan \frac{x}{2} + C.$$

$$\text{C. } F(x) = \frac{3}{2}x + \frac{1}{4} \sin 2x - \sin x - \tan \frac{x}{2} + C.$$

$$\text{D. } F(x) = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} \sin 2x - \sin x - \tan \frac{x}{2} + C.$$

Câu 32: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x\sqrt{x^2-5}$.

$$\text{A. } F(x) = \frac{(x^2-5)\sqrt{x^2-5}}{3} + C.$$

$$\text{B. } F(x) = \frac{x^2\sqrt{x^2-5}}{2} + C.$$

$$\text{C. } F(x) = (x^2-5)\sqrt{x^2-5} + C.$$

$$\text{D. } F(x) = \frac{(x^2-5)\sqrt{x^2-5}}{4} + C.$$

Câu 33: Tính $I = \int (1-x)^9 dx$.

$$\text{A. } I = -\frac{(1-x)^{10}}{9} + C. \quad \text{B. } I = -(1-x)^{10} + C.$$

$$\text{C. } I = \frac{(1-x)^{10}}{10} + C.$$

$$\text{D. } I = -\frac{(1-x)^{10}}{10} + C.$$

Câu 34: Tính $H = \int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx$.

$$\text{A. } H = e^{\cot x} + C.$$

$$\text{B. } H = e^{\tan x} + C.$$

$$\text{C. } H = \frac{1}{2} e^{\tan x} + C.$$

$$\text{D. } H = e^{-\tan x} + C.$$

Câu 35: Tính $I = \int \tan x dx$.

$$\text{A. } I = -\ln|\sin x| + C. \quad \text{B. } I = -\ln|\cos x| + C.$$

$$\text{C. } I = \ln|\cos x| + C.$$

$$\text{D. } I = \ln|\sin x| + C.$$

Câu 36: Hãy tính $I = \int e^{\sin x} \cos x dx$.

- A. $I = e^{\sin x} + C$. B. $I = e^{\cos x} + C$. C. $I = e^{\sin x} \cdot \cos x + C$. D. $I = -e^{\sin x} + C$.

Câu 37: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x}$.

- A. $F(x) = \tan x - \cot x + C$. B. $F(x) = \sin x + \cos x + C$.
C. $F(x) = \tan x + \cot x + C$. D. $F(x) = \sin x \cdot \cos x + C$.

Câu 38: Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số.

- A. $f(x) = x^2 e^{x^2} - 1$. B. $f(x) = e^{2x}$. C. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$. D. $f(x) = 2x e^{x^2}$.

Câu 39: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\sin^2 x} \right)$.

- A. $F(x) = 2e^x + \tan x + C$. B. $F(x) = 2e^x + \cot x + C$.
C. $F(x) = 2e^x - \tan x + C$. D. $F(x) = 2e^x - \cot x + C$.

Câu 40: Hãy tính $I = \int e^{\sin^2 x} \cdot \sin 2x dx$.

- A. $I = -e^{\sin^2 x} + C$. B. $I = e^{\cos^2 x} + C$.
C. $I = e^{\sin^2 x} + C$. D. $I = e^{\sin^2 x} \cdot \cos 2x + C$.

Câu 41: Hãy tính $J = \int (2^x - 3^x)^2 dx$.

- A. $J = \frac{2^x}{\ln 2} - 2 \frac{6^x}{\ln 6} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$. B. $J = \frac{4^x}{\ln 4} - \frac{6^x}{\ln 6} + \frac{9^x}{\ln 9} + C$.
C. $J = \frac{4^x}{\ln 4} - 2 \cdot \frac{6^x}{\ln 6} + \frac{9^x}{\ln 9} + C$. D. $J = \frac{4^x}{\ln 4} - \frac{6^x}{\ln 3} + \frac{9^x}{\ln 9} + C$.

Câu 42: Hãy tính $M = \int (1 - 2x)e^x dx$.

- A. $M = 2xe^x + C$. B. $M = (2x - 3)e^x + C$. C. $M = (3 + 2x)e^x + C$. D. $M = (3 - 2x)e^x + C$.

Câu 43: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ là .

- A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} x^3 + 3\sqrt[3]{x} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} x^3 + \sqrt[3]{x} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} x^3 + 3\sqrt[3]{x} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{3}{2} x^3 + 3\sqrt[3]{x} + C$.

Câu 44: Tính $H = \int \cos^3 x \sin x dx$.

- A. $H = -\frac{1}{4} \sin^4 x + C$. B. $H = \frac{1}{4} \sin^4 x + C$. C. $H = \frac{1}{4} \cos^4 x + C$. D. $H = -\frac{1}{4} \cos^4 x + C$.

Câu 45: Hàm số $y = \frac{1}{\sin^2 x}$ có nguyên hàm $F(x)$ là biểu thức nào sau đây, nếu biết đồ thị của hàm số $F(x)$ đi qua điểm $M\left(\frac{\pi}{6}; 0\right)$.

- A. $F(x) = \frac{\sqrt{3}}{3} - \cot x$. B. $F(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3} + \cot x$. C. $F(x) = \sqrt{3} - \cot x$. D. $F(x) = -\sqrt{3} + \cot x$.

Câu 46: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x \left(7 - \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$.

A. $F(x) = 7e^x - \cot x + C$.

B. $F(x) = 7e^x - \tan x + C$.

C. $F(x) = 7e^x + \tan x + C$.

D. $F(x) = 7e^x + \cot x + C$.

Câu 47: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x\sqrt{x+1}$.

A. $F(x) = 2\sqrt{x+1} \left(\frac{x+1}{5} - \frac{2}{3} \right) + C$.

B. $F(x) = 2(x+1)\sqrt{x+1} \left(\frac{x+1}{5} - \frac{2}{3} \right) + C$.

C. $F(x) = 2(x+1) \left(\frac{x+1}{5} - \frac{2}{3} \right) + C$.

D. $F(x) = (x+1)\sqrt{x+1} \left(\frac{x+1}{5} - \frac{2}{3} \right) + C$.

Câu 48: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$.

A. $F(x) = \frac{1}{2}(2x+1) + C$.

B. $F(x) = 2\sqrt{2x+1} + C$.

C. $F(x) = \frac{1}{2}\sqrt{2x+1} + C$.

D. $F(x) = \sqrt{2x+1} + C$.

Câu 49: Hãy tính $P = \int x \sin(2x+1) dx$.

A. $P = -\frac{1}{2} \cos(2x+1) + \frac{1}{4} \sin(2x+1) + C$.

B. $P = \frac{1}{2} x \cos(2x+1) + \frac{1}{4} \sin(2x+1) + C$.

C. $P = -\frac{1}{2} x \cos(2x+1) + \frac{1}{4} \sin(2x+1) + C$.

D. $P = x \cos(2x+1) + \frac{1}{4} \sin(2x+1) + C$.

Câu 50: Hãy tính $I = \int x^2 \sin x dx$.

A. $I = -\cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + C$.

B. $I = x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + C$.

C. $I = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + C$.

D. $I = \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + C$.

Câu 51: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sqrt{x} \ln x$.

A. $F(x) = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \ln x - \frac{4}{9} x^{\frac{3}{2}} + C$.

B. $F(x) = \frac{3}{2} x^{\frac{3}{2}} \ln x - \frac{4}{9} x^{\frac{3}{2}} + C$.

C. $F(x) = \frac{2}{3} x^{\frac{2}{3}} \ln x - \frac{4}{9} x^{\frac{2}{3}} + C$.

D. $F(x) = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \ln x + \frac{4}{9} x^{\frac{3}{2}} + C$.

Câu 52: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{2}{\sqrt{1-x}} + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{C}{\sqrt{1-x}}$.

C. $\int f(x) dx = -2\sqrt{1-x} + C$.

D. $\int f(x) dx = C\sqrt{1-x}$.

Câu 53: Tính $H = \int \frac{1}{e^x + e^{-x} + 2} dx$.

A. $H = \frac{1}{1+e^{-x}} + C$.

B. $H = \frac{1}{1+e^x} + C$.

C. $H = -\frac{1}{1+e^{-x}} + C$.

D. $H = -\frac{1}{1+e^x} + C$.

Câu 54: Tính $H = \int x e^{-x^2} dx$.

A. $H = -\frac{1}{2} e^{-x^2} + C$.

B. $H = \frac{1}{2} e^{-x^2} + C$.

C. $H = -\frac{1}{2} e^{x^2} + C$.

D. $H = \frac{1}{2} e^{x^2} + C$.

Câu 55: Tính $H = \int \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{\sin x - \cos x}} dx$.

A. $H = 2\sqrt{\sin x - \cos x} + C$.

B. $H = 2\sqrt{\sin x + \cos x} + C$.

C. $H = 2\sqrt{\cos x - \sin x} + C$.

D. $H = 2\sqrt{\sin 2x} + C$.

Câu 56: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2} + \frac{2}{\sqrt{x}}$ là.

A. $\int f(x)dx = \sqrt{x^3} + 4\sqrt{x} + C$.

B. $\int f(x)dx = \sqrt{x^3} + 4\sqrt{x}$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}\sqrt{x^3} + 4\sqrt{x} + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}\sqrt{x^3} + 4\sqrt{x}$.

Câu 57: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^{\sqrt{x}} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$. Kết quả Sai là:

A. $\int f(x)dx = 2^{\sqrt{x+1}} + C$.

B. $\int f(x)dx = 2(2^{\sqrt{x}} - 1) + C$

C. $\int f(x)dx = 2^{\sqrt{x}} + C$

D. $\int f(x)dx = 2(2^{\sqrt{x}} + 1) + C$.

Câu 58: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x}{(x+1)^7}$.

A. $F(x) = \frac{1}{5(x+1)^5} - \frac{1}{6(x+1)^6} + C$.

B. $F(x) = -\frac{5}{6(x+1)^6} + \frac{6}{5(x+1)^5} + C$.

C. $F(x) = \frac{1}{5(x+1)^5} + \frac{1}{6(x+1)^6} + C$.

D. $F(x) = -\frac{1}{5(x+1)^5} + \frac{1}{6(x+1)^6} + C$.

Câu 59: Hãy tính $I = \int \cos(7x+5)dx$.

A. $I = \frac{1}{7}\sin(7x+5) + C$.

B. $I = \frac{1}{7}\cos(7x+5) + C$.

C. $I = -\frac{1}{7}\sin(7x+5) + C$.

D. $I = -\frac{1}{7}\cos(7x+5) + C$.

Câu 60: Tìm hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = 4\sqrt{x} - x$ và $f(4) = 0$.

A. $f(x) = \frac{8x\sqrt{x}}{3} + \frac{x^2}{2} - \frac{40}{3}$.

B. $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} + \frac{40}{3}$.

C. $f(x) = \frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} - \frac{40}{3}$.

D. $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} - \frac{40}{3}$.

Câu 61: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

A. $F(x) = 2 \ln e^x + C$.

B. $F(x) = 2 \ln e^{-x} + C$.

C. $F(x) = \ln(e^x + e^{-x}) + C$.

D. $F(x) = \ln(e^x - e^{-x}) + C$.

Câu 62: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x}{3}e^{2x}$.

A. $F(x) = \frac{1}{6}xe^{2x} - \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

B. $F(x) = \frac{1}{6}e^{2x} - \frac{1}{12}e^{2x} + C$.

$$\text{C. } F(x) = \frac{1}{6}xe^{2x} + \frac{1}{12}e^{2x} + C.$$

$$\text{D. } F(x) = \frac{1}{6}xe^{2x} - \frac{1}{12}e^{2x} + C.$$

Câu 63: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cos x$ là.

$$\text{A. } \int f(x)dx = -\frac{x^2 \sin x}{2} + C.$$

$$\text{B. } \int f(x)dx = \frac{x^2 \cos x}{2} + C.$$

$$\text{C. } \int f(x)dx = -x \cos x + \sin x + C.$$

$$\text{D. } \int f(x)dx = x \sin x + \cos x + C.$$

Câu 64: Hãy tính $I = \int 2x(x^2 + 1)^3 dx$.

$$\text{A. } I = \frac{1}{8}(x^2 + 1)^4 + C. \quad \text{B. } I = (x^2 + 1)^4 + C. \quad \text{C. } I = \frac{1}{4}(x^2 + 1)^4 + C. \quad \text{D. } I = \frac{1}{2}(x^2 + 1)^4 + C.$$

Câu 65: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x^3 \sqrt{x^2 + 7}$.

$$\text{A. } F(x) = \frac{(x^2 + 7)^2 \sqrt{x^2 + 7}}{5} + \frac{7(x^2 + 7)\sqrt{x^2 + 7}}{3} + C.$$

$$\text{B. } F(x) = \frac{(x^2 + 7)^2 \sqrt{x^2 + 7}}{3} - \frac{7(x^2 + 7)\sqrt{x^2 + 7}}{5} + C.$$

$$\text{C. } F(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 7}}{5} - \frac{7\sqrt{x^2 + 7}}{3} + C.$$

$$\text{D. } F(x) = \frac{(x^2 + 7)^2 \sqrt{x^2 + 7}}{5} - \frac{7(x^2 + 7)\sqrt{x^2 + 7}}{3} + C.$$

Câu 66: Hãy tính $I = \int \frac{x-1}{x(x+1)^2} dx$.

$$\text{A. } I = \ln \left| \frac{x+1}{x} \right| + \frac{1}{x+1} + C.$$

$$\text{B. } I = \ln \left| \frac{x+1}{x} \right| - \frac{2}{x+1} + C.$$

$$\text{C. } I = \frac{2}{x+1} - \ln \left| \frac{x+1}{x} \right| + C.$$

$$\text{D. } I = \ln \left| \frac{x+1}{x} \right| - \frac{1}{x+1} + C.$$

Câu 67: Hãy tính $I = \int \cos^2 x \sin x dx$.

$$\text{A. } I = -\frac{1}{3} \sin^3 x + C. \quad \text{B. } I = -\frac{1}{3} \cos^3 x + C. \quad \text{C. } I = \frac{1}{3} \sin^3 x + C. \quad \text{D. } I = \frac{1}{3} \cos^3 x + C.$$

Câu 68: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x}$ là.

$$\text{A. } \int f(x)dx = \frac{1}{3 \cos^3 x} - \frac{1}{\cos x}.$$

$$\text{B. } \int f(x)dx = \frac{1}{3 \cos^3 x} - \frac{1}{\cos x} + C.$$

$$\text{C. } \int f(x)dx = \frac{1}{\cos^3 x} - \frac{1}{\cos x} + C.$$

$$\text{D. } \int f(x)dx = \frac{1}{3 \cos^3 x} + \frac{1}{\cos x}.$$

Câu 69: Giá trị của $K = \int x \cos x dx$ là

$$\text{A. } K = x \sin x + \cos x + C.$$

$$\text{B. } K = x \sin x - \cos x + C.$$

$$\text{C. } K = \sin x + \cos x + C.$$

$$\text{D. } K = -x \sin x + \cos x + C.$$

Câu 70: Hãy tính $I = \int (2x+1)^4 dx$.

$$\text{A. } I = \frac{1}{5}(2x+1)^5 + C. \quad \text{B. } I = \frac{1}{4}(2x+1)^5 + C. \quad \text{C. } I = \frac{1}{2}(2x+1)^5 + C. \quad \text{D. } I = \frac{1}{10}(2x+1)^5 + C.$$

Câu 71: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{3x^2 + 11x + 9}{(x+1)(x+2)^2}$.

A. $F(x) = 2 \ln \left| \frac{x+1}{x+2} \right| - \frac{1}{x+2} + C.$

B. $F(x) = \ln |x+1| - \frac{1}{x+2} + 2 \ln |x+2| + C.$

C. $F(x) = \ln |x+1| - \frac{1}{x+2} - 2 \ln |x+2| + C.$

D. $F(x) = -\frac{1}{x+2} + 2 \ln \left| \frac{x+2}{x+1} \right| + C.$

Câu 72: Hãy tính $F = \int \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx.$

A. $F = -\frac{\ln x}{x+1} + \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C.$

B. $F = \frac{\ln x}{x+1} + \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C.$

C. $F = -\frac{\ln x}{x+1} - \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C.$

D. $F = \frac{\ln x}{x+1} - \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C.$

Câu 73: Hãy tính $M = \int x \ln(1+x) dx.$

A. $M = \frac{1}{2}(x^2 - 1) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + C.$

B. $M = \frac{1}{2}(x^2 - 1) \ln(1+x) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + C.$

C. $M = \frac{1}{2} \ln(1+x) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + C.$

D. $M = (x^2 - 1) \ln(1+x) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + C.$

Câu 74: Hãy tính $I = \int x e^{-x} dx.$

A. $I = -x e^{-x} - e^{-x} + C.$ B. $I = -x e^{-x} + e^{-x} + C.$ C. $I = x e^{-x} - e^{-x} + C.$ D. $I = -x e^{-x} + C.$

Câu 75: Biết $\int \frac{x}{(x+1)(2x+1)} dx = \int \left(\frac{a}{x+1} + \frac{b}{2x+1} \right) dx.$ Tích của $a.b$ bằng.

A. 1.

B. 0.

C. -1.

D. $\frac{1}{2}.$

Câu 76: Hãy tính $N = \int (x^2 + 2x - 1) e^x dx.$

A. $N = e^x - x + C.$

B. $N = e^x + C.$

C. $N = e^x x^2 - 1 + C.$

D. $N = e^x (x^2 - 1) + C.$

Câu 77: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}.$

A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$

B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C.$

Câu 78: Hãy tính $I = \int \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2+4}} dx.$

A. $I = (x^2 + 4)^{\frac{2}{3}} + C.$

B. $I = \frac{3}{2}(x^2 + 4)^{\frac{2}{3}} + C.$

C. $I = \frac{3}{2}(x^2 + 4)^{\frac{3}{2}} + C.$

D. $I = \frac{1}{2}(x^2 + 4)^{\frac{2}{3}} + C.$

Câu 79: Hãy tính $I = \int \sin^2 x \cos x dx.$

A. $I = \sin^3 x + C.$

B. $I = \cos^3 x + C.$

C. $I = \frac{1}{3} \sin^3 x + C.$

D. $I = \frac{1}{3} \cos^3 x + C.$

Câu 80: Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = (1-x) \cos x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$ Hằng số C bằng .

A. 0.

B. $\frac{\pi}{2}$.C. $1 - \frac{\pi}{2}$.D. π .

Câu 81: Hàm số nào dưới đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x(2+x)}{(x+1)^2}$.

A. $F(x) = \frac{x^2}{x+1}$.B. $F(x) = \frac{x^2+x+1}{x+1}$.C. $F(x) = \frac{x^2-x-1}{x+1}$.D. $F(x) = \frac{x^2+x-1}{x+1}$.

Câu 82: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ là.

A. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$.B. $\int f(x)dx = \frac{1}{2\sqrt{x}} + C$.C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.D. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}\sqrt{x^3}$.

Câu 83: Hãy tính $N = \int \frac{x dx}{\sqrt{2x+1+1}}$.

A. $N = \frac{\sqrt{(2x+1)^3}}{3} - \frac{2x+1}{2} + C$.B. $N = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{(2x+1)^3}}{3} + \frac{2x+1}{2} \right) + C$.C. $N = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{(2x+1)^3}}{3} - \frac{2x+1}{2} \right) + C$.D. $N = 2 \left(\frac{\sqrt{(2x+1)^3}}{3} - \frac{2x+1}{2} \right) + C$.

Câu 84: Hãy tính $F = \int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$.

A. $F = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) + \sqrt{1+x^2} + C$.B. $F = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2} + C$.C. $F = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2} + C$.D. $F = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) + C$.

Câu 85: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x^3 \ln(2x)$.

A. $F(x) = \frac{x^4 \ln(2x)}{4} - \frac{x^4}{16} + C$.B. $F(x) = \frac{\ln(2x)}{4} - \frac{x^4}{16} + C$.C. $F(x) = \frac{x \ln(2x)}{4} - \frac{x^4}{16} + C$.D. $F(x) = \frac{x^4 \ln(2x)}{4} + \frac{x^4}{16} + C$.

Câu 86: Tìm hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^x}$ và $f(\ln 2) = 1$.

A. $f(x) = e^x - e^{-x} - \frac{3}{2}$.B. $f(x) = e^x + e^{-x} + \frac{3}{2}$.C. $f(x) = e^x + e^{-x} - \frac{3}{2}$.D. $f(x) = e^x - e^{-x} + \frac{3}{2}$.

Câu 87: Hãy tính $L = \int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos^2 x}} dx$.

A. $L = 3\sqrt[3]{\sin x} + C$.B. $L = -3\sqrt[3]{\cos x} + C$.C. $L = -3\sqrt[3]{\sin x} + C$.D. $L = 3\sqrt[3]{\cos x} + C$.

Câu 88: Tính $J = \int 2x \ln(x-1) dx$.

A. $J = x^2 \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x - \ln|x-1| + C$.B. $J = x^2 \ln(x-1) - x^2 - x - \ln|x-1| + C$.C. $J = \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x - \ln|x-1| + C$.D. $J = x \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x - \ln|x-1| + C$.

Câu 89: Hãy tính $K = \int \cos \sqrt{x} dx$.

A. $K = 2\sqrt{x} \cos \sqrt{x} + 2 \sin \sqrt{x} + C$.

C. $K = 2\sqrt{x} \sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x} + C$.

B. $K = \sqrt{x} \sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x} + C$.

D. $K = 2\sqrt{x} \sin \sqrt{x} + 2 \cos \sqrt{x} + C$.

Câu 90: Tính $J = \int \frac{dx}{x \ln x \ln(\ln x)}$.

A. $J = \ln |\ln(\ln x)| + C$.

B. $J = \ln |x \ln x| + C$.

C. $J = \ln |\ln x| + C$.

D. $J = x \ln |\ln x| + C$.

Câu 91: Hãy tính $E = \int x \ln \frac{1+x}{1-x} dx$.

A. $E = x - \frac{1-x^2}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + C$.

C. $E = x - \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + C$.

B. $E = x + \frac{1-x^2}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + C$.

D. $E = x - \frac{x^2}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + C$.

Câu 92: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x^2 \cos x$.

A. $F(x) = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x - 2C$.

C. $F(x) = x^2 \cos x + 2x \sin x - 2 \sin x - 2C$.

B. $F(x) = \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x - 2C$.

D. $F(x) = x \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x - 2C$.

Câu 93: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x$ là.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$.

Câu 94: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x-1)(x^2 - x - 12)}$.

A. $F(x) = 4 \ln |x-1| + 5 \ln |x-4| - 7 \ln |x+3| + C$.

C. $F(x) = 4 \ln |x-1| + 7 \ln |x-4| - 5 \ln |x+3| + C$.

B. $F(x) = 5 \ln |x-1| + 7 \ln |x-4| - 4 \ln |x+3| + C$.

D. $F(x) = 7 \ln |x-1| + 4 \ln |x-4| - 5 \ln |x+3| + C$.

Câu 95: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x}{(x+1)(2x+1)}$.

A. $F(x) = \ln |x+1| + \frac{1}{2} \ln |2x+1| + C$.

C. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{2x+1} \right| + C$.

B. $F(x) = \ln |x+1| - \frac{1}{2} \ln |2x+1| + C$.

D. $F(x) = \ln \left| \frac{x+1}{2x+1} \right| + C$.

Câu 96: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x \sin x$.

A. $F(x) = x \cos x + \sin x + C$.

C. $F(x) = -x \cos x + \sin x + C$.

B. $F(x) = -x \sin x + \cos x + C$.

D. $F(x) = -x \cos x - \sin x + C$.

Câu 97: Hãy tính $I = \int x e^{1+x^2} dx$.

A. $I = e^{1+x^2} + C$.

B. $I = \frac{1}{2} e^{1+x^2} + C$.

C. $I = \frac{1}{2} e^{x^2} + C$.

D. $I = \frac{1}{2} e + C$.

Câu 98: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{(1+x)(1-2x)}$.

$$\text{A. } \int f(x)dx = \ln \left| \frac{1-2x}{1+x} \right| + C.$$

$$\text{B. } \int f(x)dx = \ln \left| \frac{1+x}{1-2x} \right| + C.$$

$$\text{C. } \int f(x)dx = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{1+x}{1-2x} \right| + C.$$

$$\text{D. } \int f(x)dx = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{1-2x}{1+x} \right| + C.$$

Câu 99: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)^5}$.

$$\text{A. } F(x) = -\frac{1}{2(x-1)^2} - \frac{2}{3(x-1)^3} - \frac{1}{4(x-1)^4} + C. \quad \text{B. } F(x) = \frac{1}{2(x-1)^2} + \frac{2}{3(x-1)^3} + \frac{1}{4(x-1)^4} + C.$$

$$\text{C. } F(x) = -\frac{3}{2(x-1)^2} - \frac{1}{3(x-1)^3} - \frac{1}{4(x-1)^4} + C. \quad \text{D. } F(x) = \frac{3}{2(x-1)^2} - \frac{2}{3(x-1)^3} - \frac{1}{4(x-1)^4} + C.$$

Câu 100: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{3}{x(x^3+4)}$.

$$\text{A. } F(x) = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x^3}{x^3+4} \right| + C.$$

$$\text{B. } F(x) = \ln \left| \frac{x^3}{x^3+4} \right| + C.$$

$$\text{C. } F(x) = 4 - \ln \left| \frac{x^3}{x^3+4} \right| + C.$$

$$\text{D. } F(x) = \frac{1}{4} - \ln \left| \frac{x^3}{x^3+4} \right| + C.$$

Câu 101: Tìm hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = 2x+1$ và $f(1) = 5$.

$$\text{A. } f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x}{2} + 3. \quad \text{B. } f(x) = x^2 + x + 3. \quad \text{C. } f(x) = \frac{x^2}{2} + x + 3. \quad \text{D. } f(x) = x^2 + x - 3.$$

Câu 102: Hãy tính $J = \int \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}} dx$.

$$\text{A. } J = \ln \left(\sqrt{x^2+a^2} - x \right) + C.$$

$$\text{B. } J = \ln \left(x - \sqrt{x^2+a^2} \right) + C.$$

$$\text{C. } J = \ln \left(x + \sqrt{x^2-a^2} \right) + C.$$

$$\text{D. } J = \ln \left(x + \sqrt{x^2+a^2} \right) + C.$$

Câu 103: Hãy tính $I = \int e^{\cos x} \cdot \sin x dx$.

$$\text{A. } I = e^{\sin x} + C.$$

$$\text{B. } I = -e^{\sin x} + C.$$

$$\text{C. } I = e^{\sin x} \cdot \sin x + C.$$

$$\text{D. } I = -e^{\cos x} + C.$$

Câu 104: Tìm hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = x - \frac{1}{x^2} + 2$ và $f(1) = 2$.

$$\text{A. } f(x) = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + \frac{x^4}{4} + x + 1.$$

$$\text{B. } f(x) = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + \frac{x^4}{4} + x.$$

$$\text{C. } f(x) = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + \frac{x^4}{4} + x + 1.$$

$$\text{D. } f(x) = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + \frac{x^4}{4} + x.$$

Câu 105: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1 - \cos 2x}{\cos^2 x}$.

$$\text{A. } F(x) = 2(\tan x + x) + C.$$

$$\text{B. } F(x) = \tan x + x + C.$$

$$\text{C. } F(x) = 2(\tan x - x) + C.$$

$$\text{D. } F(x) = \tan x - x + C.$$

Câu 106: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x+1}$ là.

$$\text{A. } \int f(x)dx = \frac{2\sqrt{(2x+1)^3}}{3} + C.$$

$$\text{B. } \int f(x)dx = \sqrt{x^2 + x} + C.$$

$$\text{C. } \int f(x)dx = \sqrt{x^2 + x} + C.$$

$$\text{D. } \int f(x)dx = \frac{\sqrt{(2x+1)^3}}{3} + C.$$

Câu 107: Hãy tính $Q = \int \frac{1}{(1-x)\sqrt{x}} dx$.

$$\text{A. } Q = \ln \left| \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right| + C.$$

$$\text{B. } Q = \ln \left| \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} \right| + C.$$

$$\text{C. } Q = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} \right| + C.$$

$$\text{D. } Q = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right| + C.$$

Câu 108: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\sqrt{2}}$.

$$\text{A. } \int f(x)dx = \frac{x^{\sqrt{2}+1}}{\sqrt{2}+1} + C.$$

$$\text{B. } \int f(x)dx = \frac{x^{\sqrt{2}-1}}{\sqrt{2}-1} + C.$$

$$\text{C. } \int f(x)dx = \sqrt{2}x^{\sqrt{2}+1} + C.$$

$$\text{D. } \int f(x)dx = x^{\sqrt{2}-1} + C.$$

Câu 109: Hãy tính $I = \int e^{\cos^2 x} \cdot \sin 2x dx$

$$\text{A. } I = -e^{\sin^2 x} + C.$$

$$\text{B. } I = e^{\cos^2 x} + C.$$

$$\text{C. } I = -e^{\cos^2 x} + C.$$

$$\text{D. } I = -e^{\cos^2 x} \sin 2x + C.$$

Câu 110: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x (1 - 2017e^{-2x})$ là.

$$\text{A. } \int f(x)dx = e^x - 2017e^{-2x} + C.$$

$$\text{B. } \int f(x)dx = e^x - 2017e^{-x} + C.$$

$$\text{C. } \int f(x)dx = e^x + 2017e^{-2x} + C.$$

$$\text{D. } \int f(x)dx = e^x + 2017e^{-x} + C.$$

Câu 111: Hãy tính $Q = \int (1-x) \cos x dx$.

$$\text{A. } Q = (1-x) \cos x - \sin x + C.$$

$$\text{B. } Q = (1-x) \sin x + \cos x + C.$$

$$\text{C. } Q = x \sin x - \cos x + C.$$

$$\text{D. } Q = (1-x) \sin x - \cos x + C.$$

Câu 112: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^4 x$ là.

$$\text{A. } \int f(x)dx = \frac{1}{8} \left(3x + 2 \sin 2x + \frac{1}{4} \sin 4x \right) + C.$$

$$\text{B. } \int f(x)dx = \frac{1}{8} \left(3x + 2 \sin 2x + \frac{1}{4} \sin 4x \right).$$

$$\text{C. } \int f(x)dx = 3x + 2 \sin 2x + \frac{1}{4} \sin 4x.$$

$$\text{D. } \int f(x)dx = 3x + 2 \sin 2x + \frac{1}{4} \sin 4x + C.$$

Câu 113: Tính $H = \int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$.

$$\text{A. } H = \cos(\ln x) + C.$$

$$\text{B. } H = -\cos(\ln x) + C.$$

$$\text{C. } H = -\sin(\ln x) + C.$$

$$\text{D. } H = \sin(\ln x) + C.$$

Câu 114: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x^2$ biết $F(1) = -1$.

$$\text{A. } F(x) = \frac{x^3}{3} + 2.$$

$$\text{B. } F(x) = x^3 + 2.$$

$$\text{C. } F(x) = x^3 - 2.$$

$$\text{D. } F(x) = \frac{x^3}{3} - 2.$$

Câu 115: Biết $\int \frac{3x^2 + 11x + 9}{(x+1)(x+2)^2} dx = \int \left(\frac{a}{x+1} + \frac{b}{(x+2)^2} + \frac{c}{x+2} \right) dx$. Tính $P = abc$.

- A. $P = 8$. B. $P = 4$. C. $P = 2$. D. $P = \frac{1}{2}$.

Câu 116: Biết $\int \frac{x-1}{x(x+1)^2} dx = \int \left(\frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{(x+1)^2} \right) dx$. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 1$. B. $S = 2$. C. $S = 4$. D. $S = 3$.

Câu 117: Hãy tính $F = \int 3x^2 \cos(2x) dx$.

- A. $F = 2x \cos 2x - \sin 2x + 2x^2 \cos 2x + C$. B. $F = \frac{1}{4} (2x \cos 2x - \sin 2x + 2x^2 \sin 2x) + C$.
 C. $F = \frac{3}{4} (2x \cos 2x - \sin 2x + 2x^2 \sin 2x) + C$. D. $F = \frac{3}{4} (2x \sin 2x - \cos 2x + 2x^2 \cos 2x) + C$.

Câu 118: Hãy tính $P = \int x^2 \sqrt[3]{1+x^3} dx, (x > -1)$.

- A. $P = \frac{1}{4} (1+x^3)^{\frac{4}{3}} + C$. B. $P = \frac{1}{4} (1+x^3)^{\frac{1}{4}} + C$. C. $P = \frac{3}{4} (1+x^3)^{\frac{4}{3}} + C$. D. $P = \frac{4}{3} (1+x^3)^{\frac{3}{4}} + C$.

Câu 119: Cho $\int (1+x+e^x - \cos x) dx = ax + bx^2 + ce^x + d \sin x + C$. Tính $S = a + b + c + d$.

- A. $S = \frac{3}{2}$. B. $S = \frac{1}{2}$. C. $S = 1$. D. $S = 0$.

Câu 120: Cho $\int (x^2 + e^{-x} - \sin 2x + m) dx = ax^3 + be^{-x} + c \cos 2x + mx + C$. Tìm tham số thực m sao cho $a + b + c = 4$.

- A. $m = \frac{25}{6}$. B. $m = \frac{21}{4}$. C. $m = 3$. D. $m = \frac{13}{5}$.

§2. TÍCH PHÂN

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

I. Khái niệm về tích phân

Định nghĩa: $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$

Chú ý:

1. Khi $a = b$ ta định nghĩa $\int_a^b f(x)dx = \int_a^a f(x)dx = 0$

2. Khi $a > b$, ta định nghĩa $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

3. Tích phân không phụ thuộc vào chữ dùng làm biến số trong dấu tích phân, tức là

$$\int_a^b f(x)dx \text{ hay } \int_a^b f(t)dt, \dots, \text{ đều tính bằng } F(b) - F(a) \text{ hay } \int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$$

II Tính chất của tích phân

Tính chất 1. $k \int_a^b f(x)dx = \int_a^b k f(x)dx$ (k là hằng số)

Tính chất 2. $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$

Tính chất 3. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$, $a < c < b$

III. Phương pháp tính tích phân

1. Phương pháp đổi biến số

DẠNG 1. Đặt t theo x . Cụ thể: Tính $I = \int_a^b f(x)dx$

Đặt: $t = f(x) \Rightarrow dt = f'(x)dx$. Đổi cận: $\begin{array}{c|c} x & a \\ \hline t & f(a) \end{array} \quad \begin{array}{c|c} b \\ \hline f(b) \end{array}$. Khi đó tính: $I = \int_{f(a)}^{f(b)} g(t)dt$

DẠNG 2. Đặt x theo t : Có các dạng cơ bản sau:

a) $\int_a^b \sqrt{1-x^2} dx$. Đặt: $x = \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

$\int_a^b \sqrt{k^2-x^2} dx$. Đặt: $x = k \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

b) $\int_a^b \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$. Đặt $x = \sin t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

$\int_a^b \frac{1}{\sqrt{k^2-x^2}} dx$. Đặt $x = k \sin t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

c) $\int_a^b \frac{1}{x^2+1} dx$. Đặt $x = \tan t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

$\int_a^b \frac{1}{x^2+k^2} dx$. Đặt $x = k \tan t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

$\int_a^b \frac{1}{(\alpha x + \beta)^2 + k^2} dx$. Đặt $\alpha x + \beta = k \tan t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

2. Phương pháp tính tích phân từng phần

Nếu $u = u(x)$ và $v = v(x)$ là hai hàm số có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)dx \text{ hay } \int_a^b u dv = uv\Big|_a^b - \int_a^b v du$$

$$\text{Tính } I = \int_a^b f(x)g(x)dx.$$

$$\text{Đặt: } \diamond u = f(x) \Rightarrow du = f'(x)dx$$

$$\diamond dv = g(x)dx \Rightarrow v = \int g(x)dx$$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-x) \sin x \cos x dx$.

A. $I = \frac{1}{3}(4-\pi)$.

B. $I = \frac{\pi}{8}$.

C. $I = \frac{1}{2}(4+\pi)$.

D. $I = \frac{1}{8}(4-\pi)$.

Câu 2: Cho hai tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$ và $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$. Hãy chỉ ra khẳng định đúng ?

A. $I > J$.

B. $I = J$.

C. $I < J$.

D. Không so sánh được.

Câu 3: Tính tích phân $I = \int_1^e x \ln x dx$.

A. $I = \frac{e^2}{4}$.

B. $I = \frac{e^2-1}{4}$.

C. $I = \frac{e^2-2}{2}$.

D. $I = \frac{e^2+1}{4}$.

Câu 4: Biết $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}} = \alpha$ và $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+1} = \beta$. Giá trị của $\sin(\alpha+\beta)$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

B. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}-1$

D. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

Câu 5: Biết $\int_0^{\pi} x \sin x \cos^2 x dx = \alpha$. Giá trị của $P = \sin 2\alpha + \cos 2\alpha$ là

A. $P = \frac{2\sqrt{3}-3}{6}$

B. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}-1$

C. $P = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$

D. $P = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

Câu 6: Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{3-2x}} dx$.

A. $I = \sqrt{3}$.

B. $I = \sqrt{3}-1$.

C. $I = \sqrt{3}+1$.

D. $I = 1$.

Câu 7: Tính $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin x dx$

A. $J = \pi+2$

B. $J = \pi$

C. $J = \pi-2$

D. $J = \frac{\pi}{2}-1$

Câu 8: Tính $H = \int_{-1}^2 3x.e^{x^2} dx$

A. $H = \frac{3}{2}(e^4 - e)$

B. $H = \frac{1}{2}(e^4 - e)$

C. $H = 3(e^4 - e)$

D. $H = \frac{3}{2}(e^4 + e)$

Câu 9: Cho $F = \int_1^e (\ln x)^2 dx$. Chọn khẳng định **Sai** trong các khẳng định sau

A. $F = x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e dx$

B. $F = x(\ln x)^2 \Big|_1^e - 2 \int_1^e \ln x dx$

C. $F = e - 2$

D. $F = x(\ln x)^2 \Big|_1^e - 2 \left(x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e dx \right)$

Câu 10: Tính $L = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x} dx$

A. $L = \frac{\pi\sqrt{3} - \ln 2}{3}$

B. $L = \frac{\pi\sqrt{3}}{3} + 2 \ln 2$

C. $L = \frac{\pi\sqrt{3}}{3} - \ln 2$

D. $L = \frac{\pi\sqrt{3}}{3} - 3 \ln 2$

Câu 11: Tính $D = \int_1^e x^2 \ln x dx$

A. $D = \frac{2e^3 + 1}{9}$

B. $D = \frac{3e^3 + 1}{6}$

C. $D = \frac{2e^3 - 1}{7}$

D. $D = 2e^3$

Câu 12: Tính $I = \int_{-1}^0 x^2 (x+1)^3 dx$.

A. $I = \frac{2}{15}$.

B. $I = \frac{1}{60}$.

C. $I = -\frac{1}{10}$.

D. $I = -\frac{1}{60}$.

Câu 13: Tính $C = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x dx$

A. $C = \frac{\pi^2}{4} + 2$

B. $C = \frac{\pi^2 + 2}{4}$

C. $C = \frac{\pi^2 - 2}{4}$

D. $C = \frac{\pi^2}{4} - 2$

Câu 14: Biết $\int_1^b x \log_2 x dx = b - \frac{3}{4 \ln b}$. Giá trị của b là:

A. $b = 3$

B. $b = 4$

C. $b = 1$

D. $b = 2$

Câu 15: Cho $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx = \alpha$. Giá trị của $\cos 2\alpha$ là.

A. $\cos 2\alpha = 0$.

B. $\cos 2\alpha = \frac{1}{2}$.

C. $\cos 2\alpha = 1$.

D. $\cos 2\alpha = -1$.

Câu 16: Biết $\int_a^3 |x^2 - 3x + 2| dx = a$. Giá trị của a là:

A. $a = 1$

B. $a = 2$

C. $a = 3$

D. $a = 4$

Câu 17: Biết $\int_1^a (2x-1) \ln x dx = a \ln a - \frac{1}{a}$. Giá trị của a là

A. $a = 3$

B. $a = 4$

C. $a = 2$

D. $a = 8$

Câu 18: Giá trị nào của a để $\int_0^a (3x^2 + 2) dx = a^3 + 2$?

A. $a = 2$

B. $a = 3$

C. $a = 1$

D. $a = 4$

Câu 19: Tính $P = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \sin^3 x dx$

A. $P = \frac{1}{24}$

B. $P = \frac{2\pi}{3}$

C. $P = \frac{\pi}{24}$

D. $P = \frac{1}{12}$

Câu 20: Tính $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^3 x - 1) \cos^2 x dx$

A. $A = \frac{2\pi}{15}$

B. $A = \frac{8}{15} - \frac{\pi}{4}$

C. $A = \frac{8\pi}{15}$

D. $A = \frac{8}{15} + \frac{\pi}{4}$

Câu 21: Tính $K = \int_0^1 \frac{x^2 + e^x + 2x^2 e^x}{1 + 2e^x} dx$

A. $K = \frac{1}{2} \ln \frac{1+2e}{3}$

B. $K = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \ln \frac{1+2e}{3}$

C. $K = \frac{1}{3} + \ln \frac{1+2e}{3}$

D. $K = \frac{1}{3} \ln \frac{1+2e}{3}$

Câu 22: Cho $\int_0^1 (2f(x) - g(x)) dx = 5$. và $\int_0^1 (3f(x) + g(x)) dx = 10$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng.

A. 10.

B. 5.

C. 3.

D. 15.

Câu 23: Tính $E = \int_1^2 \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^4} dx$

A. $E = \frac{1}{3} \left(\frac{-5\sqrt{5} + 16\sqrt{2}}{8} \right)$

B. $E = \frac{-5\sqrt{5} + 16\sqrt{2}}{8}$

C. $E = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{24}$

D. $E = \frac{1}{3} \left(\frac{3\sqrt{5} - 14\sqrt{2}}{8} \right)$

Câu 24: Biết $a = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x dx$ và $b = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x dx$. Khi đó $a.b$ bằng:

A. $\frac{45}{32}$

B. $\frac{16}{15}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{32}{45}$

Câu 25: Tính $F = \int_1^e \frac{1+x \ln x}{x} e^x dx$

A. $F = e^e$

B. $F = e^\pi$

C. $F = e^{\frac{1}{2}}$

D. $F = e^{\frac{3}{2}}$

Câu 26: Tính $M = \int_1^3 \frac{3 + \ln x}{(x+1)^2} dx$

A. $M = \frac{1}{2} \left(3 - \ln \frac{27}{16} \right)$

B. $M = \frac{1}{2} \left(3 + \ln \frac{27}{16} \right)$

C. $M = \frac{1}{4} \left(3 + \ln \frac{27}{16} \right)$

D. $M = \frac{1}{4} \left(3 - \ln \frac{27}{16} \right)$

Câu 27: Tính $E = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin 2x} dx$

A. $E = \frac{1}{2}$

B. $E = \frac{1}{2} \ln 3$

C. $E = \ln \sqrt{3}$

D. $E = \frac{1}{2} \ln \sqrt{3}$

Câu 28: Cho $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1} dx$ và $u = x^2 - 1$. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau ?

A. $I = \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \Big|_0^3$.

B. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$.

C. $I = \frac{2}{3} \sqrt{27}$.

D. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$.

Câu 29: Tính $F = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x} \sin x \cos^3 x dx$

A. $F = \frac{e}{2} + 1$

B. $F = \frac{e}{2} - 1$

C. $F = \frac{e-1}{2}$

D. $F = \frac{1-e}{2}$

Câu 30: Biết $\int_2^4 \left(x + \frac{1}{x}\right) dx = 6 + \ln b$. Giá trị của b là:

A. $b = 7$

B. $b = 5$

C. $b = 2$

D. $b = 3$

Câu 31: Hãy tính $K = \int_3^5 \frac{1}{x} dx$.

A. $K = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{5}$.

B. $K = \frac{1}{2} \ln \frac{5}{3}$.

C. $K = \ln \frac{3}{5}$.

D. $K = \ln \frac{5}{3}$.

Câu 32: Cho $E = \int_2^5 2x \ln(x-1) dx$ và đặt $u = \ln(x-1), dv = 2x dx$. Chọn khẳng định **Sai** trong các khẳng định sau

A. $E = 25 \ln 4 - \left(\frac{x^2}{2} + x + \ln|x+1|\right) \Big|_2^5$

B. $E = 24 \ln 4 - \frac{27}{2}$

C. $E = 25 \ln 4 - \int_2^5 \left(x + 1 + \frac{1}{x-1}\right) dx$

D. $E = \left(x^2 \ln(x-1)\right) \Big|_2^5 - \int_2^5 \frac{x^2}{x-1} dx$

Câu 33: Hãy tính $N = \int_{-2}^3 (|x+1| + |x-2|) dx$

A. $N = 31$

B. $N = 71$

C. $N = 17$

D. $N = 15$

Câu 34: Cho $J = \int_1^2 x \ln x dx$ và đặt $u = \ln x, dv = x dx$. Chọn khẳng định **Sai** trong các khẳng định sau

A. $J = \left(\frac{x^2}{2} \ln x\right) \Big|_1^2 - \int_1^2 x dx$

B. $J = \left(\frac{x^2}{2} \ln x\right) \Big|_1^2 - \frac{1}{4} x^2 \Big|_1^2$

C. $J = 2 \ln 2 - \frac{3}{4}$

D. $J = \left(\frac{x^2}{2} \ln x\right) \Big|_1^2 + \frac{1}{2} \int_2^1 x dx$

Câu 35: Hãy tính $P = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2(1-\cos 2x)} dx$

A. $P = \frac{\pi}{4}$

B. $P = 4$

C. $P = \frac{\pi}{2}$

D. $P = 4 + \frac{\pi}{3}$

Câu 36: Tính $I = \int_1^e \left(2x - \frac{3}{x}\right) \ln x dx$

A. $I = \frac{e^2}{2} + 1$

B. $I = \frac{1+e^2}{2}$

C. $I = \frac{e^2}{2} - 1$

D. $I = \frac{e^2-1}{2}$

Câu 37: Cho biết $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{3x}{\sqrt{x^2+1}} dx = a$ và $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-\cos x}{\sin x(1+\cos x)} dx = b$. Khi đó tích của $a.b$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. 1 D. $\frac{10}{3}$

Câu 38: Tính $C = \int_0^{\frac{\pi}{12}} \frac{1}{\cos^2 3x(1+\tan 3x)} dx$

- A. $C = \frac{1}{3} + \ln 2$ B. $C = \frac{1}{3} \ln 2$ C. $C = 3 \ln 2$ D. $C = \ln 2$

Câu 39: Tính $J = \int_0^{\pi} (e^{\cos x} + x) \sin x dx$

- A. $J = e - \frac{1}{e} + \pi$ B. $J = e + \frac{1}{e} + \pi$ C. $J = \frac{1}{e} + \pi$ D. $J = e - \frac{1}{e} + \frac{\pi}{2}$

Câu 40: Cho $J = \int_0^{\frac{7}{3}} \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}} dx$ và $t = \sqrt[3]{3x+1}$. Chọn khẳng định **Sai** trong các khẳng định sau

- A. $J = \frac{1}{3} \left(\frac{t^5}{5} + t^2 \right) \Big|_1^2$ B. $J = \frac{46}{15}$ C. $J = \int_1^2 (t^4 + 2t) dt$ D. $J = \frac{1}{3} \int_1^2 (t^4 + 2t) dt$

Câu 41: Giá trị của $F = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{3 \sin x - 4 \sin^3 x}{1 + \cos 3x} dx$

- A. $F = \frac{1}{3} \ln 2$ B. $F = 2 \ln 3$ C. $F = \frac{1}{2} \ln 3$ D. $F = 2 \ln 3$

Câu 42: Tập hợp các giá trị của b sao cho $\int_0^b (2x-4) dx = 5$.

- A. $\{4\}$. B. $\{-1; 5\}$. C. $\{5\}$. D. $\{-1; 4\}$.

Câu 43: Tính $H = \int_1^2 x^5 \ln x dx$

- A. $H = 32 \ln 2 - \frac{7}{4}$ B. $H = \frac{32}{3} \ln 2 - \frac{1}{4}$ C. $H = \frac{32}{3} - \frac{7}{4} \ln 2$ D. $H = \frac{32}{3} \ln 2 - \frac{7}{4}$

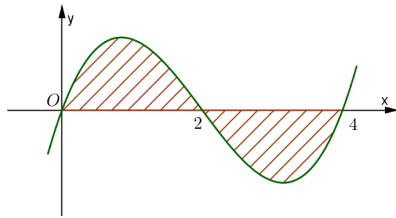
Câu 44: Biết $\int_{-1}^0 \frac{dx}{x^2+2x+2} = \alpha$ và $\int_0^1 \frac{x^3}{x^8+1} dx = \beta$. Giá trị của $\log_2 \frac{\alpha}{\beta}$ bằng

- A. π B. 4 C. 2 D. $\frac{1}{2}$

Câu 45: Biết $a - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx = 0$. Giá trị của a bằng:

- A. $\frac{3\pi}{5}$ B. $\frac{3}{11}$ C. $\frac{\pi}{16}$ D. $\frac{3\pi}{16}$

Câu 46: Diện tích hình phẳng tô đậm trong hình bên được tính theo công thức nào sau đây ?



A. $S = -\int_0^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx.$

B. $S = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx.$

C. $S = \int_0^4 f(x)dx.$

D. $S = \int_0^2 f(x)dx - \int_2^4 f(x)dx.$

Câu 47: Tính $J = \int_{e^2}^{e^3} \frac{dx}{x \ln x \ln(\ln x)}$

A. $J = \ln \frac{3}{2}$

B. $J = \ln \frac{2}{3}$

C. $J = \ln 3$

D. $J = \ln 2$

Câu 48: Tính $C = \int_0^1 x^3 \sqrt{x^2 + 1} dx$

A. $C = \frac{\sqrt{2} + 1}{15}$

B. $C = \frac{2\sqrt{2} - 1}{15}$

C. $C = \frac{2\sqrt{2} + 2}{15}$

D. $C = \frac{2\sqrt{2}}{15}$

Câu 49: Tính $D = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\sin 2x + 2(1 + \sin x + \cos x)} dx$

A. $D = \frac{2 - 3\sqrt{2}}{2}$

B. $D = \frac{4 + 3\sqrt{2}}{4}$

C. $D = \frac{4 - 3\sqrt{2}}{4}$

D. $D = \frac{2 + 3\sqrt{2}}{2}$

Câu 50: Tính $E = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - 2 \sin^2 x}{1 + \sin 2x} dx$

A. $E = \frac{1}{2} + \ln 2$

B. $E = \ln 2$

C. $E = 2 \ln 2$

D. $E = \frac{1}{2} \ln 2$

Câu 51: Tính tích phân $I = \int_0^1 x \ln(1+x) dx.$

A. $I = \frac{1}{4}.$

B. $I = \frac{3}{4}.$

C. $I = \frac{1}{2}.$

D. $I = -\frac{1}{4}.$

Câu 52: Tính $H = \int_1^e \frac{\ln x dx}{x(2 + \ln x)^2}$

A. $H = \frac{1}{3} - \ln \frac{3}{2}$

B. $H = \frac{1}{3} + \ln \frac{3}{2}$

C. $H = -\frac{1}{3} + \ln \frac{3}{2}$

D. $H = -\frac{1}{3} - \ln \frac{3}{2}$

Câu 53: Tính $K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$

A. $K = \frac{2}{3}$

B. $K = \frac{1}{3}$

C. $K = \frac{\pi}{3}$

D. $K = \frac{2\pi}{3}$

Câu 54: Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = a$ và $\int_1^e \frac{\ln^7 x}{x} dx = b$. Khi đó kết quả của $a + b$ bằng

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{5}{8}$

C. $\frac{1}{8}$

D. $\frac{8}{5}$

Câu 55: Tính $A = \int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx$

A. $A = \frac{2\sqrt{3}-1}{3}$

B. $A = \frac{2\sqrt{3}+1}{3}$

C. $A = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

D. $A = \frac{2+\sqrt{3}}{3}$

Câu 56: Hãy tính $L = \int_1^{25} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$.

A. $L = 2\sqrt{2}$.

B. $L = 4$.

C. $L = 8$.

D. $L = 16$.

Câu 57: Tính $D = \int_0^1 x\sqrt{x+1} dx$

A. $D = \frac{4\sqrt{2}+4}{15}$

B. $D = \frac{4+\sqrt{2}}{15}$

C. $D = \frac{4\sqrt{2}-4}{17}$

D. $D = \frac{3\sqrt{2}+1}{15}$

Câu 58: Tính $F = \int_0^{\frac{\pi}{6}} 2\sqrt{1+4\sin 3x} \cos 3x dx$

A. $F = \frac{1}{9}(5\sqrt{5}-1)$

B. $F = 5\sqrt{5}-1$

C. $F = \frac{1}{27}(5\sqrt{5}+1)$

D. $F = \frac{5\sqrt{5}}{9}$

Câu 59: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^2 x \cdot \sin x dx$.

A. $I = 0$.

B. $I = -\frac{2}{3}$.

C. $I = \frac{2}{3}$.

D. $I = \frac{3}{2}$.

Câu 60: Tính $K = \int_1^e \frac{\ln ex}{1+x \ln x} dx$

A. $K = \ln(1+e)$

B. $K = \frac{1}{2} \ln(1+e)$

C. $K = e$

D. $K = 1+e$

Câu 61: Tính $P = \int_1^{e^\pi} \cos(\ln x) dx$

A. $P = -\frac{e^\pi+1}{2}$

B. $P = \frac{e^\pi+1}{2}$

C. $P = \frac{e^2+1}{2}$

D. $P = \frac{1-e^\pi}{2}$

Câu 62: Hãy tính $J = \int_{-1}^0 3^{x+1} dx$.

A. $J = \frac{2}{\ln 3}$.

B. $J = \frac{1}{2} \ln 3$.

C. $J = 2$.

D. $J = \frac{1}{\ln 3}$.

Câu 63: Tính $F = \int_0^{\pi} e^x \cos x dx$

A. $F = -\frac{1+e^\pi}{2}$

B. $F = -\frac{1}{2}$

C. $F = -\frac{e^\pi}{2}$

D. $F = \frac{1+e^\pi}{2}$

Câu 64: Tính $B = \int_0^1 x^3 \sqrt[3]{x^4 + 1} dx$

A. $B = \frac{3(2\sqrt[3]{2} - 1)}{16}$

B. $B = \frac{3(2\sqrt[3]{2} - 1)}{8}$

C. $B = \frac{2\sqrt[3]{2} - 1}{16}$

D. $B = \frac{3(2\sqrt[3]{2} + 1)}{8}$

Câu 65: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \cdot \sin x dx$.

A. $I = -\pi^4$.

B. $I = 0$.

C. $I = -\frac{1}{4}$.

D. $I = -\frac{1}{4}\pi^4$.

Câu 66: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x dx = \frac{K}{3} + 1$. Giá trị của K là:

A. $K = \frac{10}{3}$.

B. $K = 7$.

C. $K = \frac{2}{3}$.

D. $K = -1$.

Câu 67: Cho $I = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ và $x = \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Chọn khẳng định **Sai** trong các khẳng định sau

A. $I = \frac{\pi}{4}$

B. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos^2 t} \cos t dt$

C. $I = \frac{1}{2} \left(t + \frac{1}{2} \sin t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

D. $I = \int_0^1 \sqrt{1-\sin^2 t} \cos t dt$

Câu 68: Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau.

A. $\int_0^1 e^{-x^2} dx > \int_0^1 e^{-x^3} dx$.

B. $\int_0^1 \ln(1+x) dx > \int_0^1 \frac{x-1}{e-1} dx$.

C. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx < \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$.

D. $\int_0^1 e^{-x} dx > \int_0^1 \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^2 dx$.

Câu 69: Cho $I = \int_1^2 \frac{x^2}{\sqrt{x^3+2}} dx$ và $t = \sqrt{x^3+2}$. Chọn khẳng định **Sai** trong các khẳng định sau

A. $I = \frac{2}{3} \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{10}} dt$

B. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 dt$

C. $I = \frac{2}{3} t \Big|_{\sqrt{3}}^{\sqrt{10}}$

D. $I = \frac{2}{3} (\sqrt{10} - \sqrt{3})$

Câu 70: Tính $H = \int_1^2 x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) dx$

A. $H = 3 \ln 3 + \frac{2}{3} \ln 2 + \frac{1}{6}$

B. $H = 3 \ln 3 - 2 \ln 2 + \frac{1}{6}$

C. $H = 2 \ln 2 - \frac{10}{3} \ln 3 + \frac{1}{6}$

D. $H = 3 \ln 3 - \frac{10}{3} \ln 2 + \frac{1}{6}$

Câu 71: Tính $P = \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$

A. $P = 2 + \ln 2$

B. $P = \ln 2$

C. $P = 2$

D. $P = 2 \ln 2$

Câu 72: Hãy tính $I = \int_1^2 \sqrt{x+2} dx$

A. $I = \frac{16\sqrt{3}}{3}$

B. $I = \frac{13-3\sqrt{3}}{3}$

C. $I = \frac{16-6\sqrt{3}}{3}$

D. $I = \frac{-6\sqrt{3}}{3}$

Câu 73: Tính $I = \int_0^1 (x-1)e^x dx$.

A. $I = 2 - e$.

B. $I = \frac{1}{2} + e$.

C. $I = \frac{e-1}{2}$.

D. $I = 1 - e^2$.

Câu 74: Tính $G = \int_1^3 \frac{dx}{e^x - 1}$

A. $G = 2 \ln(e^2 + e + 1)$

B. $G = 2 - \ln(e^2 + e + 1)$

C. $G = \ln(e^2 + e + 1)$

D. $G = \ln(e^2 + e + 1) - 2$

Câu 75: Cho $J = \int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx$ và $x = 2 \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Chọn khẳng định **Sai** trong các khẳng định sau

A. $J = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $J = 4 \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^2 t dt$

C. $J = \frac{1}{2} \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}}$

D. $J = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{4 - \sin^2 t} \cdot 2 \cos t dt$

Câu 76: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^n x \cos x dx = \frac{1}{64}$. Giá trị của n .

A. $n = 4$.

B. $n = 5$.

C. $n = 6$.

D. $n = 3$.

Câu 77: Cho $K = \int_0^1 \frac{(x^2+1)e^x}{(x+1)^2} dx$. Chọn khẳng định **Đúng** trong các khẳng định sau

A. $K = -e + 1$

B. $K = 2$

C. $K = -\frac{(x^2+1)e^x}{x+1} \Big|_0^1 + \int_0^1 (x+1)e^x dx$

D. $K = (x+1)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx$

Câu 78: Cho các tích phân $\int_{-2}^2 f(x) dx = 4, \int_2^5 f(x) dx = 3$ và $\int_{-2}^5 g(x) dx = 6$. Với mọi $x \in [-2; 5]$, tìm khẳng định đúng.

A. $\int_{-2}^5 f(x) dx \geq \int_{-2}^5 g(x) dx$.

B. $f(x) \leq g(x)$.

C. $\int_{-2}^5 g(x) dx > \int_{-2}^5 f(x) dx$.

D. $f(x) > g(x)$.

Câu 79: Hãy tính $K = \int_{-1}^1 \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}} dx$

A. $K = 2\sqrt{3} - 1$

B. $K = 2\sqrt{3}$

C. $K = 2(\sqrt{3} - 1)$

D. $K = 2(\sqrt{3} + 1)$

Câu 80: Cho $I = \int_0^1 x e^x dx$ và đặt $u = x, dv = e^x dx$. Chọn khẳng định **Sai** trong các khẳng định sau

- A. $I = 1$ B. $I = (xe^x)|_0^1 - e^x|_0^1$ C. $I = (xe^x)|_0^1 + \int_0^1 e^x dx$ D. $I = (xe^x)|_0^1 - \int_0^1 e^x dx$

Câu 81: Tính $K = \int_0^1 x^2 \sqrt[8]{1-x} dx$

- A. $K = \frac{1024}{3825}$ B. $K = \frac{1004}{8243}$ C. $K = \frac{24}{25}$ D. $K = \frac{1124}{3325}$

Câu 82: Cho $K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$. Khẳng định nào sau đây **Đúng** ?

- A. $K = \left(\frac{x^2}{2} \cos x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$ B. $K = (-x \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$
 C. $K = 0$ D. $K = (x \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

Câu 83: Tính $I = \int_0^1 x \ln(1+x^2) dx$.

- A. $I = \frac{2 \ln 2 + 1}{2}$ B. $I = \frac{2 \ln 2 - 1}{2}$ C. $I = \frac{\ln 2 - 1}{2}$ D. $I = \frac{1}{2}$.

Câu 84: Tính $F = \int_1^e \frac{\ln x}{x \sqrt{1 + \ln x}} dx$

- A. $F = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ B. $F = \frac{4\sqrt{2}}{3}$ C. $F = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{3}$ D. $F = \frac{4 - 2\sqrt{2}}{3}$

Câu 85: Giá trị của a để $H = \int_1^a \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{a}$

- A. $a = 4$ B. $a = 1$ C. $a = 2$ D. $a = 3$

Câu 86: Tính $B = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos 2x dx$

- A. $B = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$ B. $B = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$ C. $B = \frac{\pi + 1}{8}$ D. $B = \frac{\pi - 1}{8}$

Câu 87: Tính $N = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x dx$

- A. $N = \frac{1 + e^2}{2}$ B. $N = \frac{1 + e}{2}$ C. $N = \frac{1 + e^\pi}{2}$ D. $N = \frac{1 + e^{\frac{\pi}{2}}}{2}$

Câu 88: Nếu $\int_{-2}^0 \left(4 - e^{-\frac{x}{2}} \right) dx = K - 2e$ thì giá trị của K là

- A. 10. B. 9. C. 12,5. D. 11.

Câu 89: Cho $E = \int_1^4 (x^2 + 3\sqrt{x}) dx$ và $F = \int_1^2 (x^2 - 3x^{-4}) dx$. Mối liên hệ giữa E và F là:

- A. $E > F$ B. $E = F$ C. $E = \frac{1}{2}F$ D. $E < F$

Câu 90: Biết $\int_0^1 (2x+2)e^x dx = 2a$. Giá trị của $\ln a$ là

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 8

Câu 91: Tính $I = \int_1^e x \ln x dx$

- A. $I = \frac{e^2 + 1}{4}$ B. $I = \frac{e^2 - 1}{4}$ C. $I = \frac{1 - e^2}{4}$ D. $I = \frac{e^2}{4}$

Câu 92: Tính tích phân $I = \int_0^1 xe^{1-x} dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = 1 - e$. C. $I = -1$. D. $I = e - 2$.

Câu 93: Hãy tính $M = \int_0^1 \left(e^{2x} + \frac{3}{x+1} \right) dx$

- A. $M = \frac{e^2 - 1}{2} + \ln 2$ B. $M = \frac{e^2}{2} + 3 \ln 2 - 1$ C. $M = e^2 + 3 \ln 2 - \frac{1}{2}$ D. $M = \frac{e^2}{2} + 3 \ln 2 - \frac{1}{2}$

Câu 94: Biết $\int_0^1 (x+1)e^x dx = a$. Tính $\ln a$

- A. $\ln a = e$ B. $\ln a = 1$ C. $\ln a = 10$ D. $\ln a = 0$

Câu 95: Trong các tính chất sau có bao nhiêu tính chất đúng ?

Tính chất 1. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx, a > b$. Tính chất 2. $k \int_a^b f(x) dx = \int_a^b k f(x) dx$.

Tính chất 3. $\int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$. Tính tính chất 4.

$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, a < c < b$.

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 96: Biết $H = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \alpha$. Giá trị của $\sin \alpha + \cos \alpha$ bằng:

- A. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 97: Biết $\int_0^1 \frac{(x^2+1)e^x}{(x+1)^3} dx = \frac{a}{4}$. Giá trị của $P = a + \ln a$ là:

- A. 3 B. $e+1$ C. $2e + \ln 2$ D. $4 + \ln 2$

Câu 98: Hãy tính $E = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \cos 2x} dx$

- A. $E = 2\pi\sqrt{2}$ B. $E = 2\sqrt{2}$ C. $E = 2\sqrt{2} + 1$ D. $E = 2 - \sqrt{2}$

Câu 99: Hãy tính $F = \int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \sin x} dx$

A. $E = \sqrt{2}$

B. $E = 4\pi\sqrt{2}$

C. $E = \frac{2\pi\sqrt{2}}{3}$

D. $E = 4\sqrt{2}$

Câu 100: Tính $F = \int_{e^2}^{e^3} \frac{\ln(\ln x)}{x} dx$

A. $F = 3 \ln 3 - 2 \ln 2 - 1$

B. $F = 2 \ln 2 - 3 \ln 3 - 1$

C. $F = 3 \ln 3 + 2 \ln 2 + 1$

D. $F = 2 \ln 2 + 3 \ln 3 - 1$

Câu 101: Cho $E = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \ln(\cos x) dx$ và đặt $u = \ln(\cos x), dv = \frac{1}{x} dx$. Chọn khẳng định **Đúng** trong các khẳng định sau

A. $E = -\sin x \ln(\sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} - \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx$

B. $E = \frac{1}{2}(\ln 2 + 1)$

C. $E = -\cos x \ln(\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx$

D. $E = -\cos x \ln(\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}}$

Câu 102: Tính $F = \int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx$

A. $F = 7 - 2 \ln 2$

B. $F = 7 + 2 \ln 2$

C. $F = 2 + \ln 2$

D. $F = 7 + \ln 2$

Câu 103: Tính $F = \int_2^4 \frac{\ln x + 1}{x \ln x} dx$

A. $F = \ln 2$

B. $F = 2 + \ln 2$

C. $F = 2 - \ln 2$

D. $F = 2 \ln 2$

Câu 104: Tính $E = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$

A. $E = \sqrt{2}$

B. $E = \sqrt{2} + 1$

C. $E = 2\sqrt{2} - 1$

D. $E = \sqrt{2} - 1$

Câu 105: Tính $L = \int_0^{\ln 2} x e^{-2x} dx$

A. $L = \frac{1}{3} \left(\frac{3}{4} + \frac{\ln 2}{2} \right)$

B. $L = \frac{1}{4} \left(\frac{3}{4} - \frac{\ln 2}{2} \right)$

C. $L = \frac{3 - \ln 2}{4}$

D. $L = \frac{3}{8} - \frac{\ln 2}{16}$

Câu 106: Tính $I = \int_0^2 2e^{2x} dx$.

A. $I = 3e^4 - 1$.

B. $I = e^4 - 1$.

C. $I = 4e^4$.

D. $I = e^4$.

Câu 107: $E = \int_{\frac{1}{2}}^2 \left(1 + x - \frac{1}{x} \right) e^{x+\frac{1}{x}} dx$

A. $E = \frac{3}{2} e^{\frac{5}{2}}$

B. $E = \frac{2}{3} e^{\frac{5}{2}}$

C. $E = \frac{3}{2} e^{\frac{5}{2}}$

D. $E = \frac{2}{5} e^{\frac{5}{2}}$

Câu 108: Nếu $\int_a^d f(x) dx = 5, \int_b^d f(x) dx = 2$ với $a < d < b$ thì $\int_a^b f(x) dx$ bằng:

A. 7.

B. -2.

C. 8.

D. 3.

Câu 109: Biết $\int_0^{2\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2+4} = \alpha$. Giá trị của $\cos 2\alpha$ bằng:

A. -1

B. 0

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 110: Tính $H = \int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \sin \sqrt{x} dx$

A. $H = 2\sqrt{2}$ B. $H = 2$ C. $H = \frac{\pi^2}{4}$ D. $H = \frac{2\pi}{3}$

Câu 111: Giả sử $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$. Giá trị của c là

A. 81.

B. 8.

C. 3.

D. 9.

Câu 112: Biết $\int_1^a \frac{\ln x}{x^3} dx = \frac{3-a \ln a}{8a}$. Giá trị của a là:

A. $a = 16$ B. $a = 2$ C. $a = 4$ D. $a = 8$

Câu 113: Biết $\int_2^4 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx = 2a + 5$. Giá trị của a là

A. $a = \frac{512}{12}$ B. $a = \frac{215}{12}$ C. $a = \frac{215}{24}$ D. $a = \frac{251}{24}$

Câu 114: Tính $B = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\tan^4 x}{\cos 2x} dx$

A. $B = \frac{1}{2} \ln(2 + \sqrt{3})$ B. $B = \frac{1}{2} \ln(2 + \sqrt{3}) - \frac{10\sqrt{3}}{27}$ C. $B = \ln(2 + \sqrt{3}) - \frac{10\sqrt{3}}{27}$ D. $B = \frac{5\sqrt{3}}{2} \ln(2 + \sqrt{3}) + \frac{10\sqrt{3}}{27}$

Câu 115: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 4]$, $f(1) = 1$ và $f(4) = 4$. Tính $I = \int_1^4 f'(x) dx$.

A. $I = -3$.B. $I = 5$.C. $I = 3$.D. $I = 4$.

Câu 116: Tính $H = \int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$

A. $H = 2 - e^{\frac{\pi}{2}}$ B. $H = 2 + e^{\ln 2}$ C. $H = 2 - \frac{\pi}{2}$ D. $H = 2 + \frac{\pi}{2}$

Câu 117: Biết $\int_0^b |x^2 - 1| dx = b$. Giá trị của b là:

A. $b = 3$ B. $b = 4$ C. $b = 2$ D. $b = 5$

Câu 118: Hãy tính $I = \int_0^1 \frac{2x+9}{x+3} dx$.

A. $I = 2$.B. $I = 2 + 3 \ln \frac{4}{3}$.C. $I = \frac{1}{2} + 3 \ln \frac{4}{3}$.D. $I = \ln \frac{4}{3}$.

§3. ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN TRONG HÌNH HỌC

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. Diện tích hình phẳng

♦ Nếu hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x)$, liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ thì diện tích S của nó được tính theo công thức:

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

Chú ý: Nếu trên $[a; b]$ hàm số $f(x)$ giữ nguyên một dấu thì: $S = \int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$

♦ Nếu hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị của hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ thì diện tích S của nó được tính theo công thức:

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

Chú ý: Nếu trên đoạn $[\alpha; \beta]$ biểu thức $f(x) - g(x)$ không đổi dấu thì:

$$\int_{\alpha}^{\beta} |f(x) - g(x)| dx = \left| \int_{\alpha}^{\beta} [f(x) - g(x)] dx \right|$$

2. Thể tích vật thể

Giới hạn vật thể V bởi hai mặt phẳng song song, vuông góc với trục hoành, cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ $x = a, x = b$ và $S(x)$ là diện tích thiết diện của V vuông góc với Ox tại $x \in [a; b]$. Thể tích của

V được cho bởi công thức: $V = \int_a^b S(x) dx$. ($S(x)$ là hàm số không âm, liên tục trên đoạn $[a; b]$)

3. Thể tích khối tròn xoay

Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x)$, liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox , ta được khối tròn xoay. Thể tích của khối tròn xoay này được cho bởi công thức $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = 2^x, y = 3 - x$, trục hoành và trục tung.

A. $S = \frac{1}{\ln 2} - 2$

B. $S = \ln 2 + 2$

C. $S = \frac{1}{\ln 2} + 2$

D. $S = 2$

Câu 2: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = \cos x, y = 0$ và hai đường thẳng $x = -\frac{\pi}{2}, x = \pi$.

A. $S = 3\sqrt{2}$

B. $S = 2\sqrt{3}$

C. $S = 8$

D. $S = 3$

Câu 3: Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành mỗi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$.

A. $V = \frac{\pi}{2}$

B. $V = \frac{\pi \ln 2}{2}$

C. $V = \frac{\pi}{4}$

D. $V = \frac{\pi \ln 2}{4}$

Câu 4: Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $x = \sqrt{5}y^2, x = 0, y = -1$ và $y = 1$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục tung.

- A. $V = 2\pi$ B. $V = 4\pi$ C. $V = 6\pi$ D. $V = 8\pi$

Câu 5: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \ln x$, trục hoành, hai đường thẳng $x = 1$ và $x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng đó xung quanh trục hoành.

- A. $V = 2\pi(\ln^2 2 + 2\ln 2 + 1)$ B. $V = 2\pi(\ln^2 2 - 2\ln 2 + 1)$
C. $V = 2\pi(\ln^2 2 - 2\ln 2)$ D. $V = \pi(\ln^2 2 - 2\ln 2 + 1)$

Câu 6: Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = 0, x = 4$ và $y = \sqrt{x} - 1$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.

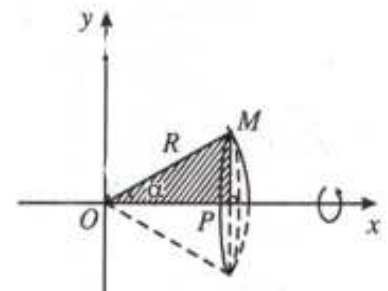
- A. $V = \frac{17\pi}{16}$ B. $V = \frac{24\pi}{25}$ C. $V = \frac{7\pi}{6}$ D. $V = \frac{5\pi}{6}$

Câu 7: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2$ và $y = 6 - |x|$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo được khi quay hình (H) xung quanh trục tung là.

- A. $V = \frac{32\pi}{4}$ B. $V = \frac{20\pi}{3}$ C. $V = \frac{32\pi}{3}$ D. $V = \frac{27\pi}{3}$

Câu 8: Cho tam giác vuông OPM có cạnh OP nằm trên trục Ox . Đặt $OM = R$, $\widehat{POM} = \alpha$ ($0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{3}, R > 0$). Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay tam giác đó quanh trục Ox theo α và R .

- A. $V = \frac{\pi R^3}{3}(\sin \alpha - \sin^3 \alpha)$ B. $V = \frac{\pi R^3}{3}(\cos \alpha - \cos^3 \alpha)$
C. $V = \frac{\pi R^3}{3}(\sin \alpha + \sin^3 \alpha)$ D. $V = \frac{\pi R^3}{3}(\cos \alpha + \cos^3 \alpha)$



Câu 9: Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành mỗi hình phẳng giới hạn các đường $y = \sin x \cdot \cos x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$.

- A. $V = \frac{\pi^2}{25}$ B. $V = \frac{\pi^2}{16}$ C. $V = \frac{\pi^2}{9}$ D. $V = \frac{\pi^2}{4}$

Câu 10: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ (C). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành.

- A. $S = \frac{1}{24}$ B. $S = \frac{4}{27}$ C. $S = \frac{27}{4}$ D. $S = \frac{25}{36}$

Câu 11: Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đường cong $y = x + \sin x$ và $y = x$, ($0 \leq x \leq 2\pi$) là.

- A. $S = 4$. B. $S = -4$. C. $S = 0$. D. $S = 1$.

Câu 12: Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành mỗi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$.

- A. $V = \frac{(e^6 - 1)\pi}{2}$ B. $V = \frac{\pi e^6}{2}$ C. $V = \frac{(e^6 - 1)\pi}{4}$ D. $V = \frac{(e^6 + 1)\pi}{4}$

Câu 13: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y^2 = 4ax, a > 0$ và đường thẳng $x = a$ bằng ka^2 . Giá trị của k bằng:

- A. $k = \frac{3}{8}$ B. $k = \frac{5}{8}$ C. $k = \frac{8}{5}$ D. $k = \frac{8}{3}$

Câu 14: Tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đường cong $y = \sqrt{x}, x + 2y^2 = 3$ và trục hoành.

- A. $S = 12$ B. $S = \frac{1}{2}$ C. $S = 2$ D. $S = \frac{25}{2}$

Câu 15: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đường cong $y = x^2 - 2x + 2$, tiếp tuyến với đường thẳng này tại điểm $M(3;5)$ và trục tung.

- A. $S = 9$ B. $S = 18$ C. $S = \frac{9}{2}$ D. $S = 27$

Câu 16: Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục tung mỗi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3 - x^2$, trục tung và đường thẳng $y = 1$.

- A. $V = 2\pi$ B. $V = \pi$ C. $V = \pi - 2$ D. $V = \frac{\pi}{2}$

Câu 17: Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = xe^{\frac{x}{2}}, y = 0, x = 0$ và $x = 1$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.

- A. $V = 2\pi - e$ B. $V = \pi e - 2$ C. $V = \pi(e - 2)$ D. $V = 2e\pi$

Câu 18: Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = -1$ và $x = 1$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) là một hình vuông cạnh là $2\sqrt{1 - x^2}$.

- A. $V = \frac{16}{3}$ B. $V = \frac{25}{3}$ C. $V = 16$ D. $V = \frac{10}{3}$

Câu 19: Diện tích hình phẳng S nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y = 2x$ và đồ thị hàm số $y = x^2$ là.

- A. $S = \frac{3}{2}$ B. $S = \frac{23}{15}$ C. $S = \frac{5}{3}$ D. $S = \frac{4}{3}$

Câu 20: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x - 1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox .

- A. $V = (4 - 2e)\pi$ B. $V = e^2 - 5$ C. $V = 4 - 2e$ D. $V = (e^2 - 5)\pi$

Câu 21: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2 + \sin x, y = 1 + \cos^2 x, x = 0$ và $x = \pi$.

- A. $S = \frac{\pi}{2} + 2$ B. $S = \frac{\pi}{2} + 3$ C. $S = \pi + 2$ D. $S = \frac{3\pi}{4}$

Câu 22: Xét hình phẳng H giới hạn bởi $y = 2\sqrt{1 - x^2}$ và $y = 2(1 - x)$. Quay hình H xung quanh trục Ox . Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành.

- A. $V_{(H)} = \frac{1}{3}\pi^2$ B. $V_{(H)} = \frac{1}{3}\pi$ C. $V_{(H)} = \frac{4}{3}\pi^2$ D. $V_{(H)} = \frac{4}{3}\pi$

Câu 23: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị của hàm số $y = \cos x, y = \sin x$ và hai đường thẳng $x = 0, x = \pi$.

- A. $S = 2 + \sqrt{2}$ B. $S = \sqrt{2}$ C. $S = 2\sqrt{2}$ D. $S = \sqrt{2} - 2$

Câu 24: Tìm thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$ và $y = x^3$ xung quanh trục Ox

- A. $V = \frac{256\pi}{35}$ B. $V = \frac{26\pi}{35}$ C. $V = \frac{56\pi}{35}$ D. $V = \frac{356\pi}{35}$

Câu 25: Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một tam giác đều cạnh là $2\sqrt{\sin x}$.

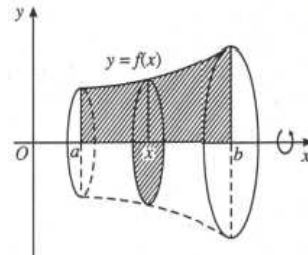
- A. $V = 2\sqrt{3}$ B. $V = \sqrt{3}$ C. $V = 2 + \sqrt{3}$ D. $V = \sqrt{3} - 2$

Câu 26: Tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đường cong $x = y^{\frac{2}{3}}$, $x + y^4 = 2$ và trục hoành.

- A. $S = \frac{5}{6}$ B. $S = \frac{6}{5}$ C. $S = \frac{7}{3}$ D. $S = \frac{9}{8}$

Câu 27: Thể tích khối tròn xoay tạo bởi một hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) quay quanh trục Ox được tính bởi công thức.

- A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ B. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$
 C. $V = \int_a^b f^2(x) dx$ D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$



Câu 28: Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành mỗi hình phẳng giới hạn các đường $y = \ln x$, $y = 0$, $x = 2$.

- A. $V = \pi(\ln^2 2 - 2 \ln 2 + 1)$ B. $V = 2(\ln^2 2 - 2 \ln 2 + 1)$
 C. $V = 2\pi(\ln^2 2 + 2 \ln 2 + 1)$ D. $V = 2\pi(\ln^2 2 - 2 \ln 2 + 1)$

Câu 29: Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành mỗi hình phẳng giới hạn đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$

- A. $V = 2 - \pi$ B. $V = 2 + \pi$ C. $V = 2\pi$ D. $V = \pi$

Câu 30: Thể tích V của khối tròn xoay tạo nên do quay xung quanh trục Ox hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = (1-x)^2$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 2$ là:

- A. $V = \frac{5\pi}{2}$ B. $V = \frac{8\pi\sqrt{2}}{3}$ C. $V = \frac{2\pi}{5}$ D. $V = 2\pi$

Câu 31: Tính thể tích của hình phẳng (H) quay quanh trục Ox , biết (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}e^{\frac{x}{2}}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$.

- A. $V = \pi e^3$ B. $V = \pi e$ C. $V = \pi e^2$ D. $V = \frac{\pi}{e^2}$

Câu 32: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục, trục hoành và 2 đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính bởi công thức.

- A. $S = 2 \int_0^b |f(x)| dx$ B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$ C. $S = \int_a^b f(x) dx$ D. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$

Câu 33: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đường cong $y = x^2 + 1$, tiếp tuyến với đường thẳng này tại điểm $M(2;5)$ và trục tung.

A. $S = \frac{3}{8}$ B. $S = \frac{8}{3}$ C. $S = \frac{5}{8}$ D. $S = \frac{8}{5}$

Câu 34: Tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị các hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ và $g(x) = x$.

A. $S = 12$ B. $S = 0$ C. $S = 16$ D. $S = 8$

Câu 35: Tìm thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , ($0 \leq x \leq 3$) là một hình chữ nhật có hai kích thước là x và $2\sqrt{9 - x^2}$.

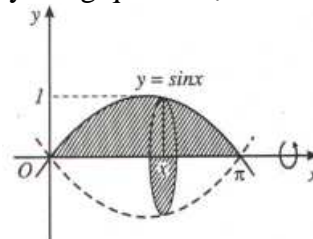
A. $V = 9$ B. $V = \frac{18}{5}$ C. $V = \frac{9}{2}$ D. $V = 18$

Câu 36: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = xe^{\frac{x}{2}}$, $y = 0$ và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 1$.

A. $S = 4 + 2\sqrt{e}$ B. $S = 4 - 2\sqrt{e}$ C. $S = 4 - \sqrt{e}$ D. $S = 2 - 4\sqrt{e}$

Câu 37: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình này xung quanh trục Ox .

A. $V = \frac{\pi^2}{2}$ B. $V = \frac{1}{2}$
C. $V = \frac{\pi}{2}$ D. $V = \frac{3\pi^2}{2}$



Câu 38: Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $x = \sqrt{2 \sin 2y}$, $x = 0$, $y = 0$ và $y = \frac{\pi}{2}$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục tung.

A. $V = \frac{\pi}{2}$ B. $V = \frac{\pi}{3}$ C. $V = \frac{\pi}{4}$ D. $V = 2\pi$

Câu 39: Xét hình phẳng H giới hạn bởi $y = 2\sqrt{1 - x^2}$ và $y = 2(1 - x)$. Tính diện tích hình H .

A. $S_{(H)} = \frac{\pi}{2} + 1$ B. $S_{(H)} = \frac{\pi - 1}{2}$ C. $S_{(H)} = \frac{\pi}{2} - 1$ D. $S_{(H)} = \frac{\pi + 1}{2}$

Câu 40: Diện tích hình phẳng S nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y = 8x$, $y = x$ và đồ thị hàm số $y = x^3$ là.

A. $S = \frac{64}{3}$ B. $S = \frac{36}{4}$ C. $S = \frac{63}{4}$ D. $S = \frac{4}{63}$

Câu 41: Diện tích hình phẳng S được giới hạn bởi các đường cong $y = x^3$, $y = 2 - x$ và $x = 0$ là:

A. $S = \frac{17}{12}$ B. $S = \frac{12}{17}$ C. $S = 0$ D. $S = -\frac{17}{12}$

Câu 42: Tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = |x^2 - 4|$, $y = \frac{x^2}{2} + 4$.

A. $S = \frac{15}{14}$ B. $S = \frac{64}{3}$ C. $S = \frac{65}{4}$ D. $S = \frac{1}{12}$

Câu 43: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = e^x$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích V khối tròn xoay khi quay hình (H) xung quanh trục hoành cho bởi công thức:

$$\text{A. } V = \left(\pi \int_0^1 e^{2x} dx \right)^2 \quad \text{B. } V = \pi \left(\int_0^1 e^{2x} dx \right)^2 \quad \text{C. } V = \pi^2 \int_0^1 e^{2x} dx \quad \text{D. } V = \pi \int_0^1 e^{2x} dx$$

Câu 44: Thể tích V của khối tròn xoay tạo nên bởi phép quay xung quanh trục Ox của một hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x-1}{x}$, $y = \frac{1}{x}$ và $x = 1$ là:

$$\text{A. } V = \pi(1 - 2 \ln 2) \quad \text{B. } V = -\pi \quad \text{C. } V = 0 \quad \text{D. } V = \pi(2 \ln 2 - 1)$$

Câu 45: Tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị các hàm số $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$ trên $[-1; 2]$ và trục hoành.

$$\text{A. } S = \frac{37}{12} \quad \text{B. } S = 0 \quad \text{C. } S = \frac{12}{37} \quad \text{D. } S = -\frac{37}{12}$$

Câu 46: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$.

$$\text{A. } S = \frac{21}{23} \quad \text{B. } S = \frac{19}{2} \quad \text{C. } S = \frac{17}{2} \quad \text{D. } S = \frac{17}{4}$$

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = x(x-1)(x-2)$. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị hàm số, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ là.

$$\text{A. } S = \left| \int_0^1 f(x) dx \right| \quad \text{B. } S = \left| \int_0^2 f(x) dx \right|$$

$$\text{C. } S = \int_0^2 f(x) dx \quad \text{D. } S = \int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$$

Câu 48: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^3 - 4x$, $y = 0$ và hai đường thẳng $x = -2$, $x = 4$.

$$\text{A. } S = 84 \quad \text{B. } S = 24 \quad \text{C. } S = 48 \quad \text{D. } S = 44$$

Câu 49: Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục tung mỗi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \ln x$, trục tung và hai đường thẳng $y = 0$, $y = 1$.

$$\text{A. } V = \frac{(1 - e^2)\pi}{2} \quad \text{B. } V = \frac{(e^2 + 1)\pi}{2} \quad \text{C. } V = \frac{(e^2 - 1)\pi}{2} \quad \text{D. } V = \frac{(1 + e^2)\pi}{2}$$

Câu 50: Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành mỗi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$, $y = 0$.

$$\text{A. } V = \frac{16\pi}{25} \quad \text{B. } V = \frac{16\pi}{15} \quad \text{C. } V = \frac{16}{15} \quad \text{D. } V = \frac{15\pi}{16}$$

Câu 51: Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành mỗi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x(4 - x)$ và trục hoành.

$$\text{A. } V = \frac{152\pi}{15} \quad \text{B. } V = \frac{32\pi}{3} \quad \text{C. } V = \frac{23\pi}{3} \quad \text{D. } V = \frac{512\pi}{15}$$

Câu 52: Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

$$\text{A. } V = \pi \int_a^b f(x) dx. \quad \text{B. } V = \pi \int_a^b f^2(x) dx. \quad \text{C. } V = \int_a^b f^2(x) dx. \quad \text{D. } V = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$$

Câu 53: Tính S diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

A. $S = \frac{4}{9}$. B. $S = 13$. C. $S = \frac{37}{12}$. D. $S = \frac{81}{12}$.

Câu 54: Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $x = \frac{2}{y}$, $y = 0$ và $y = 4$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục tung.

A. $V = 3\pi$ B. $V = 5\pi$ C. $V = 7\pi$ D. $V = 9\pi$

Câu 55: Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đường cong $y = x^3$ và $y = x^5$ là.

A. $S = 0$. B. $S = \frac{1}{6}$. C. $S = 2$. D. $S = -4$.

Câu 56: Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một hình vuông cạnh là $2\sqrt{\sin x}$.

A. $V = 12$ B. $V = 8$ C. $V = 8\pi$ D. $V = 16\pi$

Câu 57: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = \sqrt{x}$ và $y = x$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành là.

A. $V = -\pi$. B. $V = \frac{\pi}{6}$. C. $V = \pi$. D. $V = 0$.

Câu 58: Cho hai hàm số $y = f_1(x)$ và $y = f_2(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số và các đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bởi công thức:

A. $S = \int_a^b f_1(x)dx - \int_a^b f_2(x)dx$ B. $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x))dx$
 C. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)|dx$ D. $S = \int_a^b f_1(x)dx + \int_a^b f_2(x)dx$

Câu 59: Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = \cos x, y = 0, x = 0$ và $x = \frac{\pi}{4}$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.

A. $V = \frac{\pi(\pi+2)}{8}$ B. $V = \frac{\pi(\pi-2)}{16}$ C. $V = \frac{\pi+2}{8}$ D. $V = \frac{\pi(\pi+2)}{16}$

Câu 60: Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = x^{\frac{1}{2}}e^{\frac{x}{2}}, x = 1, x = 2$ và $y = 0$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.

A. $V = e^2$. B. $V = \pi e^2$. C. $V = \pi(e^2 + 1)$. D. $V = \frac{\pi e^2}{2}$.

Câu 61: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 2x + 1$, trục hoành, $x = 1$ và $x = 2$.

A. $S = \frac{21}{4}$. B. $S = \frac{31}{4}$. C. $S = \frac{39}{4}$. D. $S = \frac{3}{4}$.

Câu 62: Diện tích hình phẳng S nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y = 4x$ và đồ thị hàm số $y = x^3$ là.

A. $S = 4$ B. $S = 12$ C. $S = 7$ D. $S = 5$

Câu 63: Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục tung mỗi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục tung và hai đường thẳng $y = 0, y = 4$.

A. $V = 8\pi$ B. $V = \pi - 8$ C. $V = 2\pi$ D. $V = 8 + \pi$

ÔN TẬP CHUYÊN ĐỀ 4

Câu 1: Tính tích phân $I = \int_1^e x \ln x dx$.

- A. $I = \frac{e^2 + 1}{4}$. B. $I = \frac{e^2 - 1}{4}$. C. $I = \frac{2e^2 + 1}{3}$. D. $I = \frac{1 - e^2}{4}$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

- A. $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.
 C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$. D. $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$.

Câu 3: Tìm nguyên hàm của hàm số $y = \frac{4x^3 - 5x^2 - 1}{x^2}$.

- A. $2x^2 - 5x + \ln|x| + C$. B. $x^2 - 5x + \frac{1}{x} + C$. C. $2x^2 - 5x + \frac{1}{x} + C$. D. $-2x^2 + 5x - \frac{1}{x} + C$.

Câu 4: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$.

- A. $I = -1$. B. $I = 1 - \frac{\pi}{2}$. C. $I = 1$. D. $I = \frac{\pi}{2}$.

Câu 5: Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{4}x$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = 4$ quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{21}{16}$. B. $V = \frac{23}{16}$. C. $V = \frac{21\pi}{16}$. D. $V = \frac{23\pi}{16}$.

Câu 6: Nếu $\int_a^c f(x) dx = 7$ và $\int_b^c f(x) dx = 5$ với $a < c < b$ thì $\int_a^b f(x) dx$ bằng?

- A. 35. B. 2. C. 12. D. -2.

Câu 7: Thể tích vật thể tròn xoay được giới hạn bởi các đường $y = x^2 e^{\frac{x}{2}}$, $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$ khi quay quanh trục hoành là $V = \pi(ae^2 + be)$. Khi đó $a + b$ bằng?

- A. 2. B. -2. C. 0. D. 1.

Câu 8: Cho $I = \int_1^e \ln x dx$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $I = (x \ln x - x) \Big|_1^e$. B. $I = (x \ln x - 1) \Big|_1^e$. C. $I = (x \ln x + x) \Big|_1^e$. D. $I = \frac{1}{2} \ln^2 x \Big|_1^e$.

Câu 9: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và $y = x - x^2$.

- A. $S = \frac{81}{12}$. B. $S = \frac{7}{2}$. C. $S = 12$. D. $S = \frac{37}{12}$.

Câu 10: Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \ln x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1$, $x = e$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox .

- A. $V = (e - 2)\pi$. B. $V = (e - 1)\pi$. C. $V = (4 + 2e)\pi$. D. $V = (e + 2)\pi$.

Câu 11: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = \frac{3^x - 1}{(3^{-x} + 1)\sqrt{3^x + 1}}$, $y = 0$ và $x = 1$.

A. $S = (3 - 2\sqrt{2}) \ln 3$. B. $S = \frac{2(3 + 2\sqrt{2})}{\ln 3}$. C. $S = \frac{2(3 - 2\sqrt{2})}{\ln 3}$. D. $S = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{\ln 3}$.

Câu 12: Tính $I = \int_0^{\pi} \cos^2 x \sin x dx$.

A. $I = \frac{2}{3}$. B. $I = \frac{1}{2}$. C. $I = \frac{3}{2}$. D. $I = -\frac{2}{3}$.

Câu 13: Cho $\int_0^1 (2f(x) - g(x)) dx = 5$ và $\int_0^1 (3f(x) + g(x)) dx = 10$. Tính $K = \int_0^1 f(x) dx$.

A. $K = 5$. B. $K = 10$. C. $K = 15$. D. $K = 3$.

Câu 14: Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}$). Tính $S = a \ln a + b \ln b$.

A. $S = 2 + \ln 2$. B. $S = 2 \ln 2$. C. $S = 1 + \ln 2$. D. $S = 2$.

Câu 15: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$, biết rằng đồ thị hàm số $F(e) = 2e$.

A. $F(x) = \ln x + 2e - 1$. B. $F(x) = 1 + 2e - \ln x$.
C. $F(x) = \ln x + 2e$. D. $F(x) = \ln|x + 2e - 1|$.

Câu 16: Thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\cos^4 x + \sin^4 x}$, $y = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ và $x = \pi$ khi quay quanh trục Ox bằng.

A. $V = \frac{5\pi^2}{8}$. B. $V = \frac{5\pi}{8}$. C. $V = \frac{3\pi^2}{8}$. D. $V = \frac{3\pi}{2}$.

Câu 17: Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sqrt{8 + \cos x} dx$ và đặt $t = 8 + \cos x$. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

A. $I = \frac{2}{3} t^{\frac{2}{3}} \Big|_8^9$. B. $I = \sqrt{729} - \sqrt{512}$. C. $I = \int_9^8 \sqrt{t} dt$. D. $I = \int_8^9 \sqrt{t} dt$.

Câu 18: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos 3x \cos x$, biết rằng đồ thị hàm số $y = F(x)$ đi qua đi qua gốc tọa độ O .

A. $F(x) = \frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{4} \cos 2x$. B. $F(x) = \frac{1}{8} \cos 4x + \frac{1}{4} \cos 2x$.
C. $F(x) = \frac{1}{4} \sin 4x + \frac{1}{2} \sin 2x$. D. $F(x) = \frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{4} \sin 2x$.

Câu 19: Biết $\int \left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{x} \right) dx = a\sqrt[3]{x^5} + b \ln|x| + C$. Tính $S = a + b$.

A. $S = \frac{3}{5}$. B. $S = \frac{24}{5}$. C. $S = \frac{23}{5}$. D. $S = 5$.

Câu 20: Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai ?

A. $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C$. B. $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$.

C. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$

Câu 21: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình này xung quanh trục Ox .

A. $V = \frac{\pi^2}{2}$

B. $V = \frac{1}{2}$

C. $V = \frac{\pi}{2}$

D. $V = \frac{3\pi^2}{2}$

Câu 22: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \cdot \sin x dx$.

A. $I = -1.$

B. $I = -\pi^4.$

C. $I = 0.$

D. $I = -\frac{1}{4}\pi^4.$

Câu 23: Biết $\int_1^2 (2x-1) \ln x dx = a \ln a + b$. Tính $P = ab$.

A. $P = -1.$

B. $P = 2.$

C. $P = -\frac{1}{2}.$

D. $P = \frac{3}{2}.$

Câu 24: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{2x}$, biết rằng đồ thị hàm số $y = F(x)$ đi qua điểm $M(\ln \sqrt{2}; 2)$.

A. $F(x) = e^{2x} + 1.$

B. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + 1.$

C. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}.$

D. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + C.$

Câu 25: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox .

A. $V = 4 - 2e.$

B. $V = (e^2 - 5)\pi.$

C. $V = (4 - 2e)\pi.$

D. $V = e^2 - 5.$

Câu 26: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx = \frac{\pi}{a} - \ln b$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính $P = a.b$.

A. $P = \sqrt{2}.$

B. $P = 2\sqrt{2}.$

C. $P = 4.$

D. $P = 4\sqrt{2}.$

Câu 27: Tìm thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x, (0 \leq x \leq 3)$ là một hình chữ nhật có hai kích thước là x và $2\sqrt{9-x^2}$.

A. $V = \frac{9}{2}.$

B. $V = 18.$

C. $V = 9.$

D. $V = \frac{18}{5}.$

Câu 28: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ và $y = x$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox .

A. $V = \frac{2\pi}{3}.$

B. $V = \frac{3\pi}{4}.$

C. $V = 2\pi.$

D. $V = \frac{\pi}{6}.$

Câu 29: Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $x = \frac{\pi}{2}, x = \pi, y = 0$ và $y = \sqrt{1 + \cos^4 + \sin^4}$.

A. $V = \frac{5\pi}{8}.$

B. $V = \frac{7\pi}{8}.$

C. $V = \frac{5\pi^2}{8}.$

D. $V = \frac{7\pi^2}{8}.$

Câu 30: Biết tích phân $\int_1^2 (x^2 - 1) \ln x dx = \frac{a + \ln 2 + b}{c}$. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 5$. B. $S = 17$. C. $S = 13$. D. $S = 0$.

Câu 31: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$, trục tung và tiếp tuyến tại điểm có hoành độ thỏa mãn $y'' = 0$ được tính bằng công thức ?

- A. $S = \int_0^2 (x^3 - 6x^2 + 12x - 8) dx$. B. $S = \int_0^3 (x^3 - 6x^2 + 10x - 5) dx$.
C. $S = \int_0^2 (-x^3 + 6x^2 - 12x + 8) dx$. D. $S = \int_0^3 (-x^3 + 6x^2 - 10x + 5) dx$.

Câu 32: Nếu $\int_a^d f(x) dx = 5$ và $\int_b^d f(x) dx = 2$ với $a < d < b$ thì $\int_a^b f(x) dx$ bằng ?

- A. 7. B. -2. C. 3. D. 8.

Câu 33: Biết $\int (\sin 2x + \cos 3x) dx = m \cos 2x + n \sin 3x + C$. Tính $S = m + n$.

- A. $S = \frac{1}{6}$. B. $S = -\frac{1}{6}$. C. $S = 5$. D. $S = -\frac{5}{6}$.

Câu 34: Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x(4 - x)$ và $y = 0$ quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{512}{15} \pi$. B. $V = \frac{32}{3} \pi$. C. $V = \frac{512}{15}$. D. $V = \frac{32}{3}$.

Câu 35: Cho $I = \int_0^{\sqrt{8}} \sqrt{16 - x^2} dx$ và đặt $x = \sin t$. Khẳng định nào dưới đây là sai ?

- A. $I = 2\pi + 4$. B. $\sqrt{16 - x^2} = 4 \cos t$. C. $dx = 4 \cos t dt$. D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 16 \cos^2 t dt$.

Câu 36: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$. Tính $F(3)$.

- A. $F(3) = \frac{1}{2}$. B. $F(3) = \ln 2 - 1$. C. $F(3) = \ln 2 + 1$. D. $F(3) = \frac{7}{4}$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[2; 4]$, $f(2) = 2$ và $f(4) = 4$. Tính $I = \int_2^4 f'(x) dx$.

- A. $I = 6$. B. $I = -2$. C. $I = 2$. D. $I = 8$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1; 2]$, $f(-1) = -2$ và $f(2) = 1$. Tính

$$I = \int_{-1}^2 (x^2 - 3x - f'(x)) dx.$$

- A. $I = -\frac{3}{2}$. B. $I = -\frac{9}{2}$. C. $I = 1$. D. $I = 3$.

Câu 39: Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai ?

- A. $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$. B. $\int_a^b 0 dx = 0$.
C. $\int_a^a c dx = 0$. D. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.

Câu 40: Tìm hàm số $f(x)$ biết $\int f(x)dx = \sin 2x + \cos 2x - e^x + C$.

A. $f(x) = 2 \cos 2x - 2 \sin 2x - e^x$.

B. $f(x) = 2 \cos 2x - 2 \sin 2x - e^x + C$.

C. $f(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} \sin 2x - e^x$.

D. $f(x) = 2 \sin 2x - 2 \cos 2x - e^x$.

Câu 41: Biết $\int_a^b f(x)dx = 10$ và $\int_a^b (3f(x) - 5g(x))dx = 5$. Tính $\int_a^b g(x)dx$.

A. $\int_a^b f(x)dx = 0$.

B. $\int_a^b f(x)dx = 5$.

C. $\int_a^b f(x)dx = -5$.

D. $\int_a^b f(x)dx = 15$.

Câu 42: Tìm hàm số $f(x)$ biết $\int f(x)dx = \ln(x^4 + x^2 + 1) + C$.

A. $f(x) = \frac{4x^3 + 2x}{x^4 + x^2 + 1} + C$.

B. $f(x) = \frac{x^4 + x^2 + 1}{4x^3 + 2x}$.

C. $f(x) = e^{x^4 + x^2 + 1}$.

D. $f(x) = \frac{4x^3 + 2x}{x^4 + x^2 + 1}$.

Câu 43: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^2 x dx = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Tính $S = 2a + 3b - 1$.

A. $S = 8$.

B. $S = 4$.

C. $S = 12$.

D. $S = 10$.

Câu 44: Cho $n \in \mathbb{N}$, tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)^n \sin x dx$.

A. $I = \frac{1}{n-1}$.

B. $I = \frac{1}{2n+1}$.

C. $I = \frac{1}{n+1}$.

D. $I = \frac{1}{n}$.

Câu 45: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \ln x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1, x = e$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox .

A. $V = (e + 2)\pi$.

B. $V = (4 + 2e)\pi$.

C. $V = (e - 1)\pi$.

D. $V = (e - 2)\pi$.

Câu 46: Biết $\int_0^6 f(x)dx = 10$ và $\int_0^4 f(x)dx = 7$. Tính $\int_4^6 f(x)dx$.

A. $\int_4^6 f(x)dx = 3$.

B. $\int_4^6 f(x)dx = -3$.

C. $\int_4^6 f(x)dx = 17$.

D. $\int_4^6 f(x)dx = \frac{10}{7}$.

Câu 47: Cho $f(x), g(x)$ là hai hàm số liên tục trên K và $k \neq 0$. Khẳng định nào sau đây là sai ?

A. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$.

B. $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$.

C. $\int [f(x) \cdot g(x)]dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.

D. $\int f'(x)dx = f(x) + C$.

Câu 48: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sqrt{1 + 3 \sin x}} = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Tính $P = a \cdot b$.

A. $P = \frac{1}{6}$.

B. $P = 6$.

C. $P = \frac{2}{3}$.

D. $P = 12$.

Câu 49: Tìm hàm số $f(x)$ biết $F(x) = \cos^3 x$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

A. $f(x) = -3 \sin x \cos^2 x$.

B. $f(x) = 3 \cos^2 x$.

C. $f(x) = -3 \sin x \cos^2 x + C$.

D. $f(x) = -3 \sin^2 x$.

Câu 50: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = -\cos x$, biết $F(2017\pi) = 1$.

A. $F(x) = -\sin x + C$.

B. $F(x) = -\sin x + 1$.

C. $F(x) = \sin x + 1$.

D. $F(x) = -\sin x + 2017$.

Câu 51: Biết $\int_0^1 \frac{1}{x^2 - 5x + 6} dx = a \ln 2 + b \ln 3$. Tính $M = a^2 - b^2$.

A. $M = 6$.

B. $M = 3$.

C. $M = 1$.

D. $M = -2$.

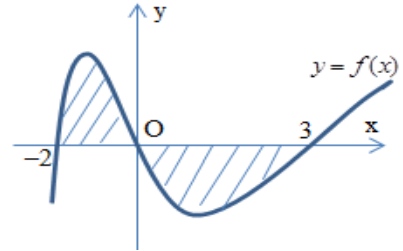
Câu 52: Diện tích hình phẳng (phần gạch chéo) trong hình là?

A. $S = \int_{-2}^3 f(x) dx$.

B. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.

C. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^3 f(x) dx$.



Câu 53: Khẳng định nào dưới đây là sai ?

A. $\int \sin x dx = \cos x + C$

B. $\int e^{kx} dx = \frac{1}{k} e^{kx} + C. (k \neq 0)$

C. $\int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + C. (a \neq 0)$

D. $\int \tan x dx = -\ln|\cos x| + C$.

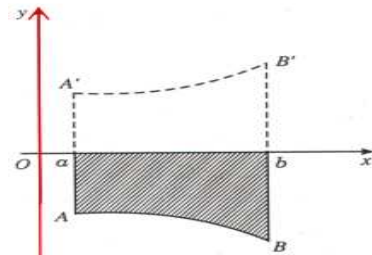
Câu 54: Kí hiệu S là diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số liên tục $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Như hình vẽ bên, khẳng định nào dưới đây là sai ?

A. $S = \int_a^b (-f(x)) dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.



Câu 55: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{2x-1}{x-1}, y = 0, x = 0$ và $x = -1$.

A. $S = 2 + 3 \ln 2$.

B. $S = 2 - \ln 4$.

C. $S = 3 + \ln 4$.

D. $S = 2 - \ln 2$.

Câu 56: Cho $\int_1^2 f(x) dx = 16$. Tính $I = \int_0^{\ln 2} e^x f(4e^x - 3) dx$.

A. $I = 8$.

B. $I = 4$.

C. $I = 32$.

D. $I = 16$.

Câu 57: Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = \sqrt{\tan x}, y = 0, x = 0$ và $x = \frac{\pi}{4}$.

A. $V = \pi$.

B. $V = \frac{3\pi}{2}$.

C. $V = \frac{\pi \ln 2}{2}$.

D. $V = \frac{\ln 2}{2}$.

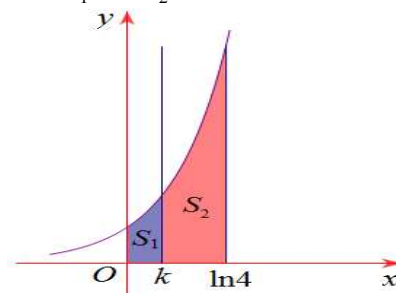
Câu 58: Cho hình cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0$ và $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.

A. $k = \frac{2}{3} \ln 3$.

B. $k = \ln 3$.

C. $k = 2 \ln 3$.

D. $k = 3$.



Câu 59: Cho $f(x)$ là hàm số có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn điều kiện $f(0) = \frac{\pi}{2}$ và

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) dx = 2\pi. \text{ Tính } f\left(\frac{\pi}{2}\right).$$

- A. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2}$. B. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$. C. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{5\pi}{2}$. D. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{4}$.

Câu 60: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \tan x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{3}$.

- A. $S = \frac{1}{2} \ln \sqrt{2}$. B. $S = \frac{1}{2} \ln 2$. C. $S = \ln 2$. D. $S = 2 + \ln 2$.

Câu 61: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \sin x$ thỏa mãn $F(0) = 19$. Tìm $F(x)$.

- A. $F(x) = -\cos x + x^2 + 20$. B. $F(x) = -\cos x + \frac{x^2}{2} + 10$.
C. $F(x) = -\cos x + \frac{x^2}{2} + 20$. D. $F(x) = \sin x + \frac{x^2}{2} + 20$.

Câu 62: Biết $\int \frac{x}{(x+1)(2x+1)} dx = \int \left(\frac{a}{x+1} + \frac{b}{2x+1} \right) dx$. Tính $P = ab$.

- A. $P = 1$. B. $P = \frac{1}{2}$. C. $P = -1$. D. $P = 0$.

Câu 63: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$ (a, b cho trước và $a, b > 0$) trục hoành và các đường thẳng $x = -a, x = a$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{4}{3} ab^2 \pi$. B. $V = \frac{4}{3} a^2 b \pi$. C. $V = \frac{1}{3} ab^2 \pi$. D. $V = \frac{1}{3} a^2 b \pi$.

Câu 64: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$, biết rằng mỗi đơn vị dài trên các trục tọa độ là $2cm$.

- A. $S = 15cm^2$. B. $S = 17cm^2$. C. $S = \frac{15}{4} cm^2$. D. $S = \frac{17}{4} cm^2$.

Câu 65: Viết công thức tính thể tích V của một khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

- A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$. D. $V = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 66: Cho hàm số $f(x) = -x(x-1)(x-2)$. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị hàm số, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là.

- A. $S = \left| \int_0^1 f(x) dx \right|$. B. $S = \int_0^2 f(x) dx$.
C. $S = \int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$. D. $S = -\int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 67: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos(2x+1)$.

A. $\int f(x)dx = 2\sin(2x+1) + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sin(2x+1) + C.$

C. $\int f(x)dx = -2\sin(2x+1) + C.$

D. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\sin(2x+1) + C.$

Câu 68: Cho $\alpha \in \mathbb{R}$. Hàm số nào trong các hàm số sau đây không phải là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$?

A. $F(x) = \sin x.$

B. $F(x) = 2\sin\frac{x+\alpha}{2}\cos\frac{x-\alpha}{2}.$

C. $F(x) = 2\sin\left(\frac{x}{2} + \alpha\right)\cos\left(\frac{x}{2} - \alpha\right).$

D. $F(x) = 2\cos\frac{x+\alpha}{2}\cos\frac{x-\alpha}{2}.$

Câu 69: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-2;3)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(-2;3)$. Tính $I = \int_{-1}^2 (f(x) + 2x)dx$, biết $F(-1) = 1$ và $F(2) = 4$.

A. $I = 10.$

B. $I = 9.$

C. $I = 12.$

D. $I = 6.$

Câu 70: Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = \sqrt[3]{x}, y = 0, x = 1$ và $x = 8$.

A. $V = \frac{93\pi}{5}.$

B. $V = \frac{23\pi}{4}.$

C. $V = \frac{9\pi}{4}.$

D. $V = \frac{12\pi}{5}.$

Câu 71: Cho $\int_0^9 f(x)dx = 81$. Tính $I = \int_0^3 f(3x)dx$.

A. $I = 27.$

B. $I = 9.$

C. $I = 81.$

D. $I = 3.$

Câu 72: Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x^3}{3}, y = x^2$.

A. $V = \frac{126\pi}{35}.$

B. $V = \frac{48\pi}{35}.$

C. $V = \frac{4\pi}{3}.$

D. $V = \frac{486\pi}{35}.$

Câu 73: Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x + 6, y = -x^2 - 2x + 6$.

A. $V = 3\pi.$

B. $V = \frac{\pi}{2}.$

C. $V = \frac{\pi}{3}.$

D. $V = 4\pi.$

Câu 74: Biết $\int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}} = a\ln 3 + b\ln 5$. Tính $S = a^2 + ab + 3b^2$.

A. $S = 5.$

B. $S = 7.$

C. $S = 0.$

D. $S = 9.$

Câu 75: Cho $I = \int_1^2 \frac{x^2}{\sqrt{x^3+2}} dx$ và $t = \sqrt{x^3+2}$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai ?

A. $I = \frac{2}{3}(\sqrt{10} - \sqrt{3}).$

B. $I = \frac{2}{3} \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{10}} dt.$

C. $I = \frac{2}{3} t \Big|_{\sqrt{3}}^{\sqrt{10}}.$

D. $I = \frac{2}{3} \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{10}} \frac{1}{t} dt.$

Câu 76: Biết $\int_1^2 x^2 \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) dx = a\ln 2 + b\ln 3 + c$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = \frac{1}{6}.$

B. $S = -\frac{10}{3}.$

C. $S = 3.$

D. $S = -\frac{1}{6}.$

Câu 77: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$. Tính $I = \int_1^2 f'(x) dx$.

- A. $I = -1$. B. $I = \frac{7}{2}$. C. $I = 3$. D. $I = 1$.

Câu 78: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khẳng định nào dưới đây là sai ?

- A. $\int f(x^2) dx = F(x^2) + C$. B. $\int 2xf(x^2) dx = F(x^2) + C$.
C. $\int f(x) dx = F(x) + C$. D. $\int f(t) dt = F(t) + C$.

Câu 79: Tìm tất cả hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = \sqrt[3]{4x+1}$.

- A. $f(x) = \frac{16}{3} \sqrt[3]{(4x+1)^4} + C$ B. $f(x) = \frac{3}{16} \sqrt[3]{(4x+1)^4} + C$
C. $f(x) = \frac{(4x+1)\sqrt[3]{4x+1}}{4} + C$ D. $f(x) = \frac{3}{16} \sqrt[4]{(4x+1)^3} + C$

Câu 80: Biết $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \alpha$. Tính $P = \frac{\tan \alpha - 2}{\tan \alpha + 2}$.

- A. $P = \frac{1}{3}$. B. $P = -\frac{1}{3}$. C. $P = 0$. D. $P = -3$.

Câu 81: Cho $\int_1^5 f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\ln 2} e^x f(4e^x - 3) dx$.

- A. $I = \frac{5}{4}$. B. $I = \frac{5}{8}$. C. $I = 20$. D. $I = \frac{5}{2}$.

Câu 82: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{-3x-1}{x-1}$ và hai trục tọa độ.

- A. $S = 2 - 4 \ln \frac{3}{4}$. B. $S = 2 \ln \frac{3}{4}$. C. $S = 4 \ln \frac{4}{3} - 1$. D. $S = \frac{1}{2} + \ln \frac{4}{3}$.

Câu 83: Tính tích phân $I = \int_0^1 x \sqrt{x^2 + 1} dx$.

- A. $I = \frac{2\sqrt{2}}{3} - 1$. B. $I = \frac{1}{3} (2\sqrt{2} - 1)$. C. $I = \frac{1}{3} (2\sqrt{2} + 1)$. D. $I = 2\sqrt{2} - 1$.

Câu 84: Biết $\int_2^4 \frac{dx}{x^2 + x} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 6$. B. $S = -2$. C. $S = 2$. D. $S = 0$.

Câu 85: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C$. B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \sqrt{2x-1} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{2x-1} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C$.

Câu 86: Biết $\int_1^2 x \ln x dx = a \ln a + b$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 2$. B. $S = -\frac{3}{4}$. C. $S = \frac{5}{4}$. D. $S = -\frac{3}{2}$.

Câu 87: Cho $\int_0^4 f(x)dx = 16$. Tính $I = \int_0^2 f(2x)dx$.

- A. $I = 32$. B. $I = 4$. C. $I = 16$. D. $I = 8$.

Câu 88: Cho $\int_0^9 f(x)dx = 9$. Tính $I = \int_0^3 f(3x)dx$.

- A. $I = 3$. B. $I = 9$. C. $I = 27$. D. $I = 1$.

Câu 89: Cho $A = \int x \cos x dx$ và đặt $u = x, dv = \cos x dx$. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

- A. $A = x \sin x + \cos x + C$. B. $A = x \sin x + \int \sin x dx$.
C. $A = x \sin x + \cos x$. D. $\begin{cases} du = dx \\ v = -\sin x \end{cases}$.

Câu 90: Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai ?

- A. $\int_a^b (f(x) + g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$. B. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.
C. $\int_a^a f(x)dx = 1$. D. $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$.

Câu 91: Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = (1-x)\cos x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$. Tìm hằng số C .

- A. $C = 1 - \frac{\pi}{2}$. B. $C = \frac{\pi}{2}$. C. $C = 0$. D. $C = \pi$.

Câu 92: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\tan^2 x + \tan^4 x) dx$.

- A. $I = \frac{\pi}{3} + 1$. B. $I = \frac{2\pi}{3}$. C. $I = \sqrt{3}$. D. $I = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 93: Cho $I = \int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx$ và đặt $t = x^2 + 1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

- A. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{t} dt$. B. $I = \int_1^2 \sqrt{t} dt$. C. $I = \frac{1}{2} \int_0^1 \sqrt{t} dt$. D. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 t dt$.

Câu 94: Biết $\int_0^1 x \ln(1+x^2) dx = \frac{a \ln a - 1}{a}$ ($a \in \mathbb{N}^*$). Tính $S = C_a^0 + C_a^1 + C_a^2$.

- A. $S = 24$. B. $S = 6$. C. $S = 12$. D. $S = 4$.

Câu 95: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;10]$ thỏa mãn: $\int_0^{10} f(x)dx = 8$ và $\int_3^5 f(x)dx = -3$. Tính

$$P = \int_5^{10} f(x)dx + \int_0^3 f(x)dx.$$

- A. $P = 11$. B. $P = -11$. C. $P = -24$. D. $P = 5$.

ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 4

NGUYÊN HÀM

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
A																					
B																					
C																					
D																					

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
A																					
B																					
C																					
D																					

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	
A																					
B																					
C																					
D																					

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	
A																					
B																					
C																					
D																					

	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	
A																					
B																					
C																					
D																					

	10	10	10	10	10	10	10	10	10	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8			
A																					
B																					
C																					
D																					

TÍCH PHÂN

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A																				
B																				
C																				
D																				

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A																				
B																				
C																				
D																				

	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
A																				
B																				
C																				
D																				

	10	10	10	10	10	10	10	10	10	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
A																			
B																			
C																			
D																			

ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A																				
B																				
C																				
D																				

	61	62	63
A			
B			
C			
D			

ÔN TẬP CHUYÊN ĐỀ 4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A																				
B																				
C																				
D																				

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A																				
B																				
C																				
D																				

	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
A															
B															
C															
D															

CHUYÊN ĐỀ 5

SỐ PHỨC

---o0o---

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. Số phức

- ① Số phức $z = a + bi$ có phần thực là a , phần ảo là b ($a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$)
- ② Số i được gọi là đơn vị ảo và có $i^2 = -1$. $i^3 = -i$; $i^4 = 1$; ...; $i^{4n} = 1$; $i^{4n+1} = i$; $i^{4n+2} = -1$; $i^{4n+3} = -i$
- ③ Số phức $z = x + yi$ được biểu diễn bởi điểm $M(x; y)$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

Lưu ý:

✓ Tập hợp những điểm M biểu diễn số phức z có thể thỏa mãn: Đường thẳng; đường tròn; hình tròn; elip; ...

✓ Số phức $z_1 = a + bi$ và $z_2 = b + ai$ có điểm biểu diễn đối xứng qua đường thẳng $y = x$

④ Độ dài của vectơ \overrightarrow{OM} là môđun của số phức z . Kí hiệu: $|\overrightarrow{OM}| = |z|$. Như vậy: $|z| = |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{a^2 + b^2}$

⑤ Số phức liên hợp của $z = a + bi$ kí hiệu là \bar{z} và $\bar{\bar{z}} = \overline{a + bi} = a - bi$.

Lưu ý: ✓ z và \bar{z} đối xứng nhau qua trục Ox

$$\checkmark \bar{\bar{z}} = z, |\bar{z}| = |z|$$

2. Các phép toán trên số phức

Cho hai số phức $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, i^2 = -1$)

① Hai số phức bằng nhau: $z_1 = z_2 \Leftrightarrow a + bi = c + di \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$

② Phép cộng: $z_1 + z_2 = (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$

③ Phép trừ: $z_1 - z_2 = (a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$

④ Phép nhân: $z_1 \cdot z_2 = (a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + cb)i$

⑤ Phép chia: $\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \bar{z}_2}{z_2 \bar{z}_2} = \frac{z_1 \bar{z}_2}{|z_2|^2} = \frac{(a + bi)(c - di)}{c^2 + d^2}, z_2 \neq 0$

⑥ Cho số phức $z = a + bi$. Số phức nghịch đảo của z kí hiệu là z^{-1} và $z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{z \cdot \bar{z}} = \frac{\bar{z}}{|z|^2} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2}$

⑦ Số phức đối của z kí hiệu là z' và $z' = -a + bi$. z và z' đối xứng qua trục tung.

3. Mối liên hệ giữa z và \bar{z}

Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$). Ta có: $\bar{z} = a - bi$

$$\textcircled{1} z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$$

$$\textcircled{2} z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$$

$$\textcircled{3} z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 = |z|^2$$

$$\textcircled{4} \frac{z}{\bar{z}} = \frac{z \cdot \bar{\bar{z}}}{\bar{z} \cdot \bar{\bar{z}}} = \frac{z^2}{\bar{z} \cdot z} = \frac{(a + bi)^2}{|z|^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} + \frac{2abi}{a^2 + b^2}$$

4. Phương trình bậc hai với hệ số thực

① Căn bậc hai của số thực $a < 0$ là $\pm i\sqrt{|a|}$

② Xét phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0, a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$

- ⊗ Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $x = -\frac{b}{2a}$ (nghiệm thực)
- ⊗ Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có hai nghiệm thực $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
- ⊗ Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình có hai nghiệm phức $x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho số phức $z = 2i - 3$. Khẳng định nào sai trong các khẳng định dưới đây ?

- A. Phần thực và phần ảo của z lần lượt là -3 và 2 .
 B. Mô đun của z là $|z| = \sqrt{13}$.
 C. Điểm biểu diễn hình học của z là $M(-3; 2)$.
 D. Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 2i + 3$.

Câu 2: Để số phức $z = a + (a-1)i$ (a là số thực) và $|z| = 1$ thì.

- A. $a = 0$ hoặc $a = 1$. B. $a = \frac{1}{2}$. C. $a = 1$. D. $a = \frac{3}{2}$.

Câu 3: Cho số phức z thỏa mãn hệ thức: $(1+i)z + (3-i)\bar{z} = 2 - 6i$. Tính môđun của số phức $w = 2z - i\bar{z} + 1$.

- A. $|w| = \sqrt{5}$. B. $|w| = 5\sqrt{2}$. C. $|w| = 2\sqrt{5}$. D. $|w| = \sqrt{13}$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Tập hợp những điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|z - (3 - 4i)| = 2$ là:

- A. Đường tròn có phương trình: $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 9$.
 B. Đường tròn có phương trình: $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 4$.
 C. Đường thẳng có phương trình: $y = 2x - 3$.
 D. Đường tròn có phương trình: $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 4$

Câu 5: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} .

- A. Phần thực bằng 3 , phần ảo bằng 2 . B. Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng $-2i$.
 C. Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng -2 . D. Phần thực bằng 3 , phần ảo bằng $2i$.

Câu 6: Kí hiệu M là điểm biểu diễn số phức z và M' là điểm biểu diễn của số phức \bar{z} . Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng ?

- A. M, M' đối xứng nhau qua trục tung.
 B. M, M' đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$.
 C. M, M' đối xứng nhau qua trục hoành.
 D. M, M' đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

Câu 7: Cho hai số phức $z_1 = a + bi, z_2 = a - bi, (a, b \in \mathbb{R}, z_2 \neq 0)$. Khẳng định nào sau đây là sai ?

- A. $z_1 + z_2$ là số thực. B. $\frac{z_1}{z_2}$ là số thuần ảo.
 C. $z_1 \cdot z_2$ là số thực. D. $z_1 - z_2$ là số thuần ảo.

Câu 8: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^3}{1 - i}$. Môđun của số phức $w = \bar{z} + iz$.

A. $|w| = 8\sqrt{2}$. B. $|w| = 16\sqrt{2}$. C. $|w| = 4\sqrt{2}$. D. $|w| = 2\sqrt{2}$.

Câu 9: Phần ảo của số phức z thỏa mãn $\frac{4-3i}{2i-1}(1+\bar{z}) - z(3+i)^2 = 8-13i$ là:

A. 2. B. $2i$. C. 3. D. $3i$.

Câu 10: Cho số phức $z = 1+2i$, số phức nghịch đảo số phức z là số phức:

A. $z^{-1} = \frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$. B. $z^{-1} = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$. C. $z^{-1} = 1 + \frac{1}{2}i$. D. $z^{-1} = 1 - 2i$.

Câu 11: Số phức liên hợp của số phức $z = (1-i)(3+2i)$ là:

A. $\bar{z} = 5+i$. B. $\bar{z} = 1-i$. C. $\bar{z} = 1+i$. D. $\bar{z} = 5-i$.

Câu 12: Cho số phức $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$). Số phức z^2 có phần thực là:

A. $a-b$. B. $a^2 - b^2$. C. $2ab$. D. $a^2 + b^2$.

Câu 13: Cho số phức $z = a+bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn hệ thức $z - (1+i)\bar{z} = (1-2i)^2$. Tính $S = \log a + b$.

A. $S = 3$. B. $S = 4$. C. $S = \log 3 + 10$. D. $S = 13$.

Câu 14: Tính tổng các môđun các số phức là nghiệm của phương trình $z^3 - 2z^2 + 2z - 1 = 0$.

A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 15: Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn $2 \leq |z-1+2i| < 3$.

A. Hình tròn có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 \geq 4$.

B. Tập hợp những điểm nằm phía ngoài hình tròn bán kính bằng 3 và phía trong (kể cả biên) hình tròn bán kính bằng 2 có cùng tâm.

C. Hình tròn có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 < 9$.

D. Tập hợp những điểm nằm phía trong hình tròn bán kính bằng 3 và phía ngoài (kể cả biên) hình tròn bán kính bằng 2 có cùng tâm.

Câu 16: Phương trình $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ nhận $z = 1+i$ và $z = 2$ làm nghiệm. Bộ ba hệ số (a, b, c) là:

A. $(6; -4; 6)$. B. $(4; 6; -4)$. C. $(4; -6; 4)$. D. $(-4; 6; -4)$.

Câu 17: Tìm số phức z , biết $|z| = 2$ và z là số thuần ảo.

A. $z = \pm i$. B. $z = 1-i$. C. $z = \pm 2i$. D. $z = 2+i$.

Câu 18: Phần thực và phần ảo của số phức $z = (\sqrt{3} + i)^8$ là:

A. Phần thực là 128 và phần ảo là $-128\sqrt{3}$. B. Phần thực là 128 và phần ảo là $128\sqrt{3}$.

C. Phần thực là -128 và phần ảo là $-128\sqrt{3}$. D. Phần thực là -128 và phần ảo là $128\sqrt{3}$.

Câu 19: Số $z + \bar{z}$ là:

A. Số thực. B. Số ảo. C. 0. D. 2.

Câu 20: Cho số phức $z = a+bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $\bar{z} + (2-i)z = (5+3i)z + 1$. Tính $P = a.b$.

A. $P = \frac{1}{6}$. B. $P = 1$. C. $P = -36$. D. $P = -\frac{1}{36}$.

Câu 21: Cho số phức $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$). Số phức z^2 có phần ảo là:

A. ab . B. abi . C. $2abi$. D. $2ab$.

Câu 22: Biết rằng nghịch đảo của số phức z bằng số phức liên hợp của nó, trong các kết luận sau, kết luận nào là đúng?

A. $|z| = -1$. B. z là một số thuần ảo. C. $|z| = 1$. D. $z \in \mathbb{R}$.

Câu 23: Cho $z = 2 + 3i$ là một số phức. Hãy tìm một phương trình bậc hai với hệ số thực nhận z và \bar{z} làm nghiệm.

- A. $z^2 - 4z + 13 = 0$. B. $z^2 - 4z - 13 = 0$. C. $z^2 + 4z + 13 = 0$. D. $z^2 + 4z - 13 = 0$.

Câu 24: Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(2 - 3i)z + (4 + i)\bar{z} = -(1 + 3i)^2$. Tính $S = a^2 + b^2$.

- A. $S = 25$. B. $S = 21$. C. $S = 29$. D. $S = 3$.

Câu 25: Cho số phức $z = (1 + i)^n$ với $n \in \mathbb{N}$ và thỏa mãn $\log_4(n - 3) + \log_4(n + 9) = 3$. Tìm phần thực của số phức z .

- A. Phần thực là -8 . B. Phần thực là 7 . C. Phần thực là 8 . D. Phần thực là 0 .

Câu 26: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z + (2 + i)\bar{z} = 3 + 5i$. Phần thực và phần ảo của z là.

- A. Phần thực là -2 và phần ảo là -3 . B. Phần thực là 2 và phần ảo là $3i$. $2; -3i$
C. Phần thực là 2 và phần ảo là -3 . D. Phần thực là 3 và phần ảo là -2 .

Câu 27: Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z + 2i| = 1$ là đường tròn có phương trình nào sau đây ?

- A. $(x + 2)^2 + y^2 = 1$. B. $x^2 + (y + 2)^2 = 1$. C. $x^2 + y^2 + 4x - 3 = 0$. D. $x^2 + y^2 + 4y - 3 = 0$.

Câu 28: Khi số phức z thay đổi tùy ý thì tập hợp các số $2z + 2\bar{z}$ là:

- A. Tập hợp tất cả các số thực.
B. Tập hợp tất cả các số phức không phải là số ảo.
C. Tập hợp các số thực dương.
D. Tập hợp các số thực không âm.

Câu 29: Số nào trong các số sau là số thực ?

- A. $(\sqrt{3} + 2i) - (\sqrt{3} - 2i)$. B. $(2 + i\sqrt{5}) + (2 - i\sqrt{5})$.
C. $(1 + i\sqrt{3})^2$. D. $\frac{\sqrt{2} + i}{\sqrt{2} - i}$.

Câu 30: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$.

- A. $\bar{z} = -3 + i$. B. $\bar{z} = -3 - i$. C. $\bar{z} = 3 + i$. D. $\bar{z} = 3 - i$.

Câu 31: Kí hiệu i là đơn vị ảo. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai ?

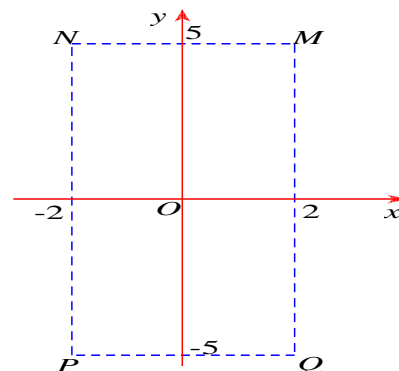
- A. $i^{2003} = -i$. B. $i^{2017} = i^{27}$. C. $i^{2036} = 1$. D. $i^{-2018} = -1$.

Câu 32: Cho số phức z thỏa mãn hệ thức $(1 + i)z + (3 - i)\bar{z} = 2 - 6i$. Môđun của số phức z là.

- A. $\sqrt{15}$ B. $\sqrt{13}$ C. $\sqrt{17}$ D. $\sqrt{5}$

Câu 33: Cho số phức z thỏa mãn $iz = 5 - 2i$. Hỏi điểm biểu diễn của \bar{z} là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên ?

- A. Điểm Q .
B. Điểm M .
C. Điểm N .
D. Điểm P .



Câu 34: Kí hiệu i là đơn vị ảo. Đẳng thức nào trong các đẳng thức dưới đây là đúng ?

- A. $i^{2006} = -i$. B. $i^{1997} = -1$. C. $i^{2005} = 1$. D. $i^{2345} = i$.

Câu 35: Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2-i)+13i=1$.

- A. $|z|=34$. B. $|z|=\frac{5\sqrt{34}}{3}$. C. $|z|=\frac{\sqrt{34}}{3}$. D. $|z|=\sqrt{34}$.

Câu 36: Nếu $|z|=1$ thì $\frac{z^2-1}{z}$:

- A. Là số thuần ảo. B. Bằng 0.
C. Lấy mọi giá trị phức. D. Lấy mọi giá trị thực.

Câu 37: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z-i\bar{z}=2+5i$. Phần thực và phần ảo của z là.

- A. Phần thực là 3 và phần ảo là $4i$. B. Phần thực là 4 và phần ảo là 3.
C. Phần thực là 4 và phần ảo là $3i$. D. Phần thực là 3 và phần ảo là 4.

Câu 38: Cho số phức $z=a+bi \neq 0$. Số phức z^{-1} có phần ảo là.

- A. $\frac{-b}{a^2+b^2}$. B. $\frac{b}{a^2+b^2}$. C. $\frac{-a}{a^2+b^2}$. D. $\frac{a}{a^2+b^2}$.

Câu 39: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)(z-i)+2z=2i$. Môđun của số phức $w=\frac{\bar{z}-2z+1}{z^2}$ là.

- A. $\sqrt{10}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{10}$. D. $10\sqrt{2}$.

Câu 40: Tìm phương trình bậc hai biết rằng phương trình đó có hai nghiệm $z_1=2+i\sqrt{2}, z_2=2-i\sqrt{2}$.

- A. $z^2-4z-6=0$. B. $z^2-4z+6=0$. C. $z^2+4z-6=0$. D. $z^2+4z+6=0$.

Câu 41: Kí hiệu i là đơn vị ảo. Tính $S=i+i^2+i^3+\dots+i^{99}+i^{100}$.

- A. $S=1$. B. $S=100$. C. $S=i$. D. $S=0$.

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3+2i)z+(2-i)^2=4+i$. Phần thực và phần ảo của số phức $w=(1+z)\bar{z}$ là.

- A. Phần thực là 3 và phần ảo là $-i$. B. Phần thực là 2 và phần ảo là 5.
C. Phần thực là -1 và phần ảo là 3. D. Phần thực là 3 và phần ảo là -1 .

Câu 43: Phần ảo của $z=-2i$ là:

- A. 0. B. -2 . C. $-2i$. D. -1 .

Câu 44: Gọi z_1 và z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2-4z+9=0$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn của z_1 và z_2 trên mặt phẳng phức. Khi đó độ dài của MN là:

- A. $MN=4$. B. $MN=-2\sqrt{5}$. C. $MN=2\sqrt{5}$. D. $MN=5$.

Câu 45: Môđun của $w=-2iz$ bằng:

- A. $|w|=\sqrt{2}|z|$. B. $|w|=-2|z|$. C. $|w|=2|z|$. D. $|w|=2$.

Câu 46: Khẳng định nào dưới đây là sai?

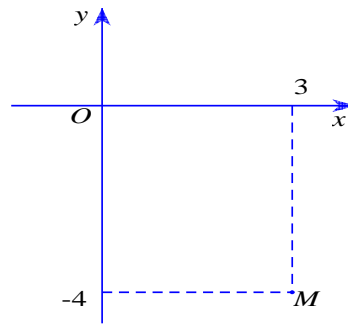
- A. Điểm $M(2;-3)$ là điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$.
B. Số 0 không phải là số phức.
C. số phức $z=3+\sqrt{2}i$ có phần thực là 3 và phần ảo là $\sqrt{2}$.
D. Số phức $z=-3\sqrt{5}i$ là số thuần ảo.

Câu 47: Cho số phức $z=a+bi$. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w thỏa mãn $|w-z|=1$.

- A. Đường tròn $(x-a)^2+(y-b)^2=1$. B. Đường thẳng $y=b$.
C. Đường thẳng $x+y-a-b-1=0$. D. Đường thẳng $x=a$.

Câu 48: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.
 B. Phần thực là 3 và phần ảo là -4 .
 C. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.
 D. Phần thực là -4 và phần ảo là 3 .



Câu 49: Số phức z thỏa mãn $z + 3\bar{z} = (\overline{1-2i})^2$ là.

- A. $z = 2 + \frac{3}{4}i$. B. $z = -\frac{3}{4} - 2i$. C. $z = 2 - \frac{3}{4}i$. D. $z = -\frac{3}{4} + 2i$.

Câu 50: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|zi - (2+i)| = 2$ là một đường tròn có phương trình.

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$.
 C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 4$.

Câu 51: Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(2z-1)(1+i) + (\bar{z}+1)(1-i) = 2-2i$. Tính $S = a - b$.

- A. $S = 1$. B. $S = 0$. C. $S = \frac{2}{3}$. D. $S = \frac{1}{3}$.

Câu 52: Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn $|2+z| < |2-z|$.

- A. Nửa trái của mặt phẳng tọa độ kể cả trục Oy .
 B. Nửa dưới của mặt phẳng tọa độ không kể trục Ox .
 C. Nửa trên của mặt phẳng tọa độ không kể trục Ox .
 D. Nửa trái của mặt phẳng tọa độ không kể trục Oy .

Câu 53: Cho hai số phức $z_1 = \sqrt{3} - 2i$, $z_2 = 1 + \sqrt{3}i$. Tìm số phức liên hợp của $z = z_1 \cdot \bar{z}_2 - \bar{z}_1 \cdot z_2$.

- A. $\bar{z} = 1 + 10i$. B. $\bar{z} = -10i$. C. $\bar{z} = 1 - 10i$. D. $\bar{z} = 10i$.

Câu 54: Điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\bar{z} + (2-i)z = (5+3i)z + 1$ có tọa độ là.

- A. $\left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right)$. B. $(-1; 1)$. C. $\left(-\frac{1}{6}; \frac{1}{6}\right)$. D. $\left(\frac{1}{6}; -\frac{1}{6}\right)$.

Câu 55: Cho số phức z thỏa mãn $|z + (2i-1)\bar{z}| = \sqrt{10}$ và có phần thực bằng 2 lần phần ảo của nó. Tìm môđun của z ?

- A. $|z| = \sqrt{\frac{5}{2}}$. B. $|z| = \frac{\sqrt{5}}{4}$. C. $|z| = \frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $|z| = \frac{3}{2}$.

Câu 56: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $S = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $S = 10$. B. $S = 50$. C. $S = 30$. D. $S = 20$.

Câu 57: Tập nghiệm của phương trình $(z^2 + 9)(z^2 - z + 1) = 0$ là.

- A. $\left\{\pm 3; \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}\right\}$. B. $\left\{\pm 3i; \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}i}{2}\right\}$. C. $\left\{\pm 3; \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}\right\}$. D. $\left\{3; \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}i}{2}\right\}$.

Câu 58: Số nào trong các số sau là số thuần ảo ?

- A. $\frac{2+3i}{2-3i}$. B. $(\sqrt{2}+3i)+(\sqrt{2}-3i)$.
 C. $(\sqrt{2}+3i)(\sqrt{2}-3i)$. D. $(2+2i)^2$.

Câu 59: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)(z-i)+2z=2i$. Môđun của số phức $w=\frac{\bar{z}-2z+1}{z^2}$ bằng.

- A. 10. B. $2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{13}$. D. $\sqrt{10}$.

Câu 60: Cho số phức $z=a+bi \neq 0$. Số phức z^{-1} có phần thực là.

- A. $\frac{-b}{a^2+b^2}$. B. $\frac{-a}{a^2+b^2}$. C. $\frac{b}{a^2+b^2}$. D. $\frac{a}{a^2+b^2}$.

Câu 61: Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính $T = z_1^4 + z_2^4 + z_3^4 + z_4^4$.

- A. $T = 20$. B. $T = 100$. C. $T = 50$. D. $T = 150$.

Câu 62: Phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có một nghiệm phức $z = 1 + 2i$. Tìm $S = b + c$.

- A. $S = -5$. B. $S = 2$. C. $S = 3$. D. $S = -3$.

Câu 63: Cho phương trình $z^2 - 2z + 13 = 0$ (1). Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình (1).

Tính giá trị của biểu thức $H = \frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} - 3z_1z_2 + 4$.

- A. $H = -\frac{27}{13}$. B. $H = -\frac{77}{13}$. C. $H = -\frac{477}{13}$. D. $H = -\frac{47}{13}$.

Câu 64: Cho số phức z thỏa mãn hệ thức $(i+3)z + \frac{3-i}{i} - (1+i)\bar{z} = 4 - 9i$. Môđun của số phức $w = z + i$ là.

- A. $|w| = \frac{1}{2}$. B. $|w| = \frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $|w| = \sqrt{2}$. D. $|w| = \frac{5}{2}$.

Câu 65: Biết rằng nghịch đảo của số phức z là số phức liên hợp của nó, kết luận nào sau đây là đúng ?

- A. z là một số thuần ảo. B. $|z| = 1$. C. $|z| = -1$. D. $z \in \mathbb{R}$.

Câu 66: Có tất cả bao nhiêu số phức z thỏa mãn phương trình $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 67: Với giá trị nào của x, y thì $(x+y) + (2x-y)i = 3-6i$.

- A. $x = -1; y = 4$. B. $x = -1; y = -4$. C. $x = 4; y = 1$. D. $x = 4; y = -1$.

Câu 68: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Tập hợp những điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-i| = |(1+i)z|$ là.

- A. Đường thẳng có phương trình: $x + y - 1 = 0$
 B. Đường tròn có phương trình: $(x+1)^2 + y^2 = 2$
 C. Đường tròn có phương trình: $x^2 + (y+1)^2 = 2$.
 D. Hai đường thẳng có phương trình $x = 1, x = -2$

Câu 69: Kí hiệu \mathbb{R} là số thực và \mathbb{C} là số phức. Khẳng định nào dưới đây là sai ?

- A. $\bar{\bar{z}} = z, \forall z \in \mathbb{C}$. B. $z = 5 - \sqrt{3}i$ không phải là số thực.
 C. $z = -11$ không phải là số phức. D. $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Câu 70: Cho số phức z thỏa $(2-3i)z + (4+i)\bar{z} + (1+3i)^2 = 0$ và a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của \bar{z} . Giá trị của $2a+3b$ là.

- A. 8. B. 9. C. 10. D. 11.

Câu 71: Phương trình $ax^4 + bx^2 - 5 = 0$ nhận $x=1$ và $x = \frac{i\sqrt{10}}{2}$ là nghiệm. Tích của $a.b$ bằng.

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 6.

Câu 72: Ký hiệu i là đơn vị ảo. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai ?

- A. $i+i^2+i^3+\dots+i^{999} = -1$. B. $1+i+i^2+i^3+\dots+i^{1000} = 1$.
C. $i+i^2+i^3+\dots+i^{2000} = 0$. D. $i+i^2+i^3+\dots+i^{2017} = -i$.

Câu 73: Ký hiệu i là đơn vị ảo. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng ?

- A. $(1+i)^{10} = -32i$. B. $(1+i)^{10} = 32$. C. $(1+i)^{10} = 32i$. D. $(1+i)^{10} = -32$.

Câu 74: Tập hợp các nghiệm phức của phương trình $z^2 + |z|^2 = 0$ là:

- A. $\{\pm i; 0\}$. B. $\{0\}$.
C. Tập hợp mọi số thuần ảo. D. $\{-i; 0\}$.

Câu 75: Số $z - \bar{z}$ là:

- A. $2i$. B. Số ảo. C. Số thực. D. 0.

Câu 76: Xét số phức z thỏa mãn $(1+2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $\frac{3}{2} < |z| < 2$. B. $|z| < \frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$. D. $|z| > 2$.

Câu 77: Ký hiệu i là đơn vị ảo. Đẳng thức nào trong các đẳng thức dưới đây là đúng ?

- A. $(1+i)^8 = 16$. B. $(1+i)^8 = 16i$. C. $(1+i)^8 = -16i$. D. $(1+i)^8 = -16$.

Câu 78: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(2+i)z + \frac{2(1+2i)}{1+i} = 7+8i$. Môđun của số phức $w = z + 1 + i$ là.

- A. 25. B. $\sqrt{15}$. C. $\sqrt{5}$. D. 5.

Câu 79: Cho số phức $z = 2-3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z^3 .

- A. Phần thực bằng -46 và Phần ảo bằng -9 B. Phần thực bằng 46 và Phần ảo bằng $-9i$.
C. Phần thực bằng 46 và Phần ảo bằng 9 D. Phần thực bằng -46 và Phần ảo bằng $-9i$

Câu 80: Tìm số điểm biểu diễn các số phức z là nghiệm của phương trình $z^3 + z^2 + z - 3 = 0$.

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 81: Phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$ có hai nghiệm phức z_1 và z_2 . Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^3 + |z_2|^3$.

- A. $10\sqrt{10}$. B. 20. C. $20\sqrt{10}$. D. $2\sqrt{10}$.

Câu 82: Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z - 1 + 5i = 0$. Tìm phần thực, phần ảo của $w = 1 + z^2 + \bar{z}$.

- A. Phần thực là 2 và phần ảo là 3. B. Phần thực là $\frac{1}{9}$ và phần ảo là $-\frac{1}{10}$.
C. Phần thực là 9 và phần ảo là -10 . D. Phần thực là -3 và phần ảo là 4.

Câu 83: Cho số phức z thỏa mãn hệ thức $(2-3i)\bar{z} + (4+i)z = -(1+3i)^2$. Môđun của số phức z là.

- A. $|z| = \sqrt{29}$. B. $|z| = \sqrt{26}$. C. $|z| = 29$. D. $|z| = 26$.

Câu 84: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Tọa độ điểm M biểu diễn số phức z_1 là.

- A. $M(-1; -2)$. B. $M(-1; -\sqrt{2}i)$. C. $M(-1; -\sqrt{2})$. D. $M(-1; 2)$.

Câu 85: Cho số phức z thỏa mãn $(1-2i)z - \frac{2-i}{1+i} = (3-i)z$. Tọa độ điểm M biểu diễn của số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy là.

- A. $M\left(\frac{1}{10}; \frac{7}{10}\right)$. B. $M\left(\frac{2}{10}; \frac{3}{10}\right)$. C. $M(2; 3)$. D. $M(1; 7)$.

Câu 86: Tập nghiệm của phương trình $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$ là.

- A. $\{\pm\sqrt{2}i; \pm 2\}$. B. $\{\pm\sqrt{2}; \pm 2i\}$. C. $\{\pm 2; \pm 4i\}$. D. $\{\pm 2; \pm 4i\}$.

Câu 87: Cho số phức z thỏa mãn $|(1-i)z - 4 + 2i| = 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z trên mặt phẳng tọa độ là một đường tròn. Tìm tâm I và bán kính R của đường tròn đó.

- A. Tâm $I(1; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$. B. Tâm $I(3; 1)$ và bán kính $R = 2$.
C. Tâm $I(3; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$. D. Tâm $I(3; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.

Câu 88: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\frac{5(\bar{z}+i)}{z+1} = 2-i$. Tìm số phức $w = 1 + z + z^2$.

- A. $w = 3 - 2i$. B. $w = 2 + 3i$. C. $w = 3 + 2i$. D. $w = 2 - 3i$.

Câu 89: Phần thực của $z = 2i$ là:

- A. 1. B. 2. C. $2i$. D. 0.

Câu 90: Với những giá trị thực nào của x và y thì các số phức $z_1 = 9y^2 - 4 - 10xi^5$ và $z_2 = 8y^2 + 20i^{11}$ là liên hợp của nhau?

- A. $(-2; 2)$ và $(-2; -2)$. B. $(-2; -2)$. C. $(-2; 2)$. D. $(2; 2)$ và $(-2; -2)$.

Câu 91: Môđun của $z = 1 - 2i$ bằng:

- A. $|z| = 2$. B. $|z| = \sqrt{5}$. C. $|z| = 3$. D. $|z| = \sqrt{3}$.

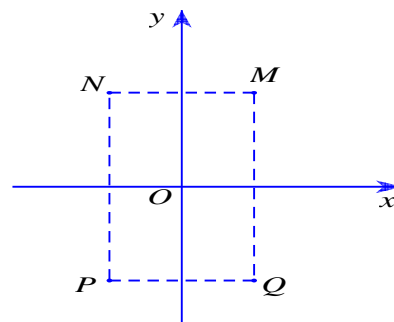
Câu 92: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = 3-i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên?

A. Điểm N .

B. Điểm P .

C. Điểm M .

D. Điểm Q .



Câu 93: Tập hợp điểm biểu diễn số phức $|z - 2i| = 3$ là đường tròn tâm I . Tìm tất cả giá trị thực của m sao cho khoảng cách từ I đến $d: 3x + 4y - m = 0$ bằng $\frac{1}{5}$.

- A. $m = -7; m = 9$. B. $m = 7; m = 9$. C. $m = 8; m = 9$. D. $m = 8; m = -8$.

Câu 94: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 29 = 0$. Tính $S = |z_1|^4 + |z_2|^4$.

- A. $S = 27$. B. $S = 218$. C. $S = 1682$. D. $S = 9$.

Câu 95: Kí hiệu i là đơn vị ảo. Giải hệ phương trình $\begin{cases} ix - 3y = i + 1 \\ 2x - iy = i - 2 \end{cases}$.

- A. $(3 - 4i; 2 + 5i)$. B. $\left(\frac{5}{7} - \frac{2}{7}i; \frac{3}{7} - \frac{4}{7}i\right)$. C. $(3 + 4i; 2 - 5i)$. D. $\left(1 + \frac{2}{5}i; 2 + \frac{3}{5}i\right)$.

Câu 96: Trong các kết luận sau, kết luận nào là sai ?

- A. Môđun của số phức z là một số thực.
 B. Môđun của số phức z là một số phức.
 C. Môđun của số phức z là một số thực dương.
 D. Môđun của số phức z là một số thực không âm.

Câu 97: Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^3$. Tính $P = a \cdot b$

- A. $2i$ B. 4 C. $5i$ D. 8

Câu 98: Cho số phức z thỏa mãn $(1-2i)z - \frac{2-i}{1+i} = (3-i)z$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của $w = zi$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

- A. $M\left(-\frac{7}{10}; \frac{1}{10}\right)$. B. $M\left(\frac{7}{10}; \frac{1}{10}\right)$. C. $M\left(-\frac{1}{10}; \frac{7}{10}\right)$. D. $M\left(-\frac{7}{10}; -\frac{1}{10}\right)$.

Câu 99: Điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $(3+2i)z = 5-14i$ có tọa độ là.

- A. $(-1; 4)$. B. $(-1; -4)$. C. $(1; -4)$. D. $(-4; -1)$.

Câu 100: Cho $a, b \in \mathbb{R}$, biểu thức $4a^2 + 9b^2$ phân tích thành thừa số phức là.

- A. $(2ai + 3b)(2ai - 3b)$. B. $(2a + 3bi)(2a - 3bi)$.
 C. $(4a + 9bi)(4a - 9bi)$. D. $(4a + 9i)(4a - 9i)$.

Câu 101: Cho số phức z thỏa mãn phương trình $(1-i)z + (2+i)\bar{z} = 4+i$. Khẳng định nào sau đây là sai ?

- A. $z \cdot \bar{z} = 1$. B. $|z| = \sqrt{5}$. C. $z = 2 - i$. D. $\bar{z} = 2 + i$.

Câu 102: Tìm tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z thỏa mãn $2|z-1-2i| = |3i+1-2\bar{z}|$.

- A. Đường thẳng $2x + 14y - 5 = 0$. B. Đường thẳng $3x + 4y + 5 = 0$.
 C. Đường tròn $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 1$. D. Đường tròn $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$.

Câu 103: Với mọi số phức z , ta có $|z+1|^2$ bằng

- A. $|z|^2 + 2|z| + 1$. B. $z\bar{z} + 1$. C. $z\bar{z} + z + \bar{z} + 1$. D. $z + \bar{z} + 1$.

Câu 104: Cho số phức z thỏa mãn $z - |z| = -1 + 3i$. Tìm môđun của số phức $w = z(1-i)$.

- A. $|w| = 10$. B. $|w| = 5\sqrt{2}$. C. $|w| = 4\sqrt{3}$. D. $|w| = 2\sqrt{5}$.

Câu 105: Gọi M là điểm biểu diễn của số phức $z = 2 + 3i$ và N là điểm biểu diễn của số phức $z' = 3 + 2i$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới.

- A. Hai điểm M và N đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O .
 B. Hai điểm M và N đối xứng với nhau qua trục tung.
 C. Hai điểm M và N đối xứng với nhau qua trục hoành.
 D. Hai điểm M và N đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.

Câu 106: Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.

- A. $P=1$. B. $P=\frac{1}{2}$. C. $P=-\frac{1}{2}$. D. $P=-1$.

Câu 107: Gọi M là điểm trong mặt phẳng biểu diễn số phức z ($M \neq O$). Xét điểm N biểu diễn số phức iz . Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng ?

- A. Tam giác OMN là tam giác vuông cân tại O . B. Ba điểm M, O, N thẳng hàng.
C. Tam giác OMN là tam giác cân tại O . D. Tam giác OMN là tam giác đều.

Câu 108: Số phức $z = (1+2i)^2(1-i)$ có môđun là.

- A. $|z| = \frac{10}{3}$. B. $|z| = 50$. C. $|z| = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $|z| = 5\sqrt{2}$.

Câu 109: Số phức $z = 2-3i$ có điểm biểu diễn là A và số phức \bar{z} có điểm biểu diễn là B . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.
B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O .
C. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung.
D. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành.

Câu 110: Hai số phức z và \bar{z} là hai nghiệm của một phương trình bậc hai với hệ số thực nào dưới đây ?

- A. $x^2 + 2bx + a^2 - b^2 = 0$. B. $x^2 - 2bx + a^2 + b^2 = 0$.
C. $x^2 + 2ax + a^2 + b^2 = 0$. D. $x^2 - 2ax + a^2 + b^2 = 0$.

Câu 111: Cho hai số phức $z_1 = 2-i, z_2 = 1+i$. Tìm môđun của số phức $w = \bar{z}_1 \cdot z_2 + \bar{z}_2 \cdot z_1$.

- A. $|w| = 2$. B. $|w| = 10$. C. $|w| = \sqrt{10}$. D. $|w| = \sqrt{2}$.

Câu 112: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\frac{5(\bar{z}+i)}{z+1} = 2-i$. Môđun của số phức $w = 1+z+z^2$ là.

- A. $\sqrt{10}$. B. 13. C. 10. D. $\sqrt{13}$.

Câu 113: Gọi M là điểm biểu diễn của số phức $z = 2+5i$ và N là điểm biểu diễn của số phức $z' = -2+5i$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây.

- A. Hai điểm M và N đối xứng với nhau qua trục tung.
B. Hai điểm M và N đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O .
C. Hai điểm M và N đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.
D. Hai điểm M và N đối xứng với nhau qua trục hoành.

Câu 114: Tìm số điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn $z^4 - 1 = 0$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 115: Tìm tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z(i+1) - (1+i)| = \sqrt{2}$.

- A. Đường tròn $(x-1)^2 + y^2 = 1$. B. Đường thẳng $y = 2-x$.
C. Điểm $M(1;0)$. D. Đường tròn $x^2 + (y-1)^2 = 1$.

Câu 116: Tìm số phức z và tính môđun của z , biết $(3+i)\bar{z} + (1+i)(2-i) = 5-i$.

- A. $z = \frac{2}{5} + \frac{4}{5}i, |z| = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. B. $z = \frac{2}{5} + \frac{4}{5}i, |z| = \frac{3\sqrt{5}}{5}$.
C. $z = \frac{2}{3} + \frac{4}{3}i, |z| = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $z = \frac{2}{5} - \frac{4}{5}i, |z| = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 117: Cho số phức $z = 2+5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

- A. $w = -3-3i$. B. $w = 7-3i$. C. $w = 3+7i$. D. $w = -7-7i$.

Câu 118: Cho số phức z thỏa mãn $|z| + z = 3 + 4i$. Tìm phần thực và phần ảo của z .

- A. Phần thực là $\frac{7}{6}$ và phần ảo là 4. B. Phần thực là -7 và phần ảo là 6.
C. Phần thực là $-\frac{7}{6}$ và phần ảo là 4. D. Phần thực là -1 và phần ảo là 3.

Câu 119: Số nào trong các số sao đây là số thuần ảo ?

- A. $(2016+i) + (2017-i)$ B. $2017i^2$
C. $(\sqrt{2}+2i) - (\sqrt{2}-i)$ D. $(3-i) - (2-i)$

Câu 120: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z + 3(1-i)\bar{z} = 1 - 9i$. Môđun của số phức z là.

- A. 5. B. $\sqrt{13}$. C. 13. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 121: Cho số phức $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 3 + i$. Môđun của số phức $z_1 + 2z_2$ bằng.

- A. $\sqrt{21}$. B. $\sqrt{65}$. C. 21. D. 65.

Câu 122: Cho các số phức $z_1 = 3 + 4i, z_2 = -2 + 3i$. Tìm tọa độ $(x; y)$ của điểm biểu diễn số phức z mà $2z_2 + 3z = z_1$.

- A. $\left(\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. B. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$. C. $\left(-\frac{7}{3}; \frac{2}{3}\right)$. D. $\left(\frac{2}{3}; -\frac{7}{3}\right)$.

Câu 123: Cho hai số phức z_1, z_2 được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ Oxy lần lượt bởi hai điểm $A(2; -1), B(3; 4)$. Tìm môđun của số phức $2z_1 - z_1z_2$.

- A. $|2z_1 - z_1z_2| = \sqrt{13}$. B. $|2z_1 - z_1z_2| = \sqrt{85}$. C. $|2z_1 - z_1z_2| = 13$. D. $|2z_1 - z_1z_2| = 85$.

Câu 124: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+6| = 5$ và phần ảo của z bằng 4.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 125: Số phức liên hợp của số phức $z = (1+i)^2 - 3(1+2i)^2$ là.

- A. $\bar{z} = 10 + 9i$. B. $\bar{z} = 9 + 10i$. C. $\bar{z} = 10 - 9i$. D. $\bar{z} = 9 - 10i$.

Câu 126: Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z - 1 + 5i = 0$. Phần thực và phần ảo của z là.

- A. Phần thực là 3 và phần ảo là -2 . B. Phần thực là 3 và phần ảo là 2.
C. Phần thực là -2 và phần ảo là -3 . D. Phần thực là -2 và phần ảo là 3.

Câu 127: Trong mặt phẳng Oxy , tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa $|z| \leq 2$ là.

- A. Hình tròn tâm O bán kính bằng $\sqrt{2}$. B. Hình tròn tâm O bán kính bằng 2.
C. Đường tròn tâm O bán kính bằng $\sqrt{2}$. D. Đường tròn tâm O bán kính bằng 2.

Câu 128: Biết z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Tính $T = z_1^4 + z_2^4$.

- A. $T = -9$. B. $T = -6\sqrt{3}$. C. $T = \frac{16}{9}$. D. $T = -7$.

Câu 129: Với mọi số ảo z , số $z^2 + |z|^2$ là:

- A. Số ảo khác 0. B. Số thực âm. C. Số thực dương. D. Số 0.

Câu 130: Số $\frac{1}{1+i}$ bằng:

- A. $1+i$. B. $\frac{1}{2}(1-i)$. C. $1-i$. D. i .

Câu 131: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3z - \bar{z})(1+i) - 5z = 8i - 1$. Môđun của số phức z là.

- A. $\sqrt{13}$. B. $\sqrt{5}$. C. 4. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 132: Trên tập hợp số phức, phương trình $z^2 + |z| = 12$ có bao nhiêu nghiệm ?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 133: Tìm tập hợp những điểm biểu diễn số phức z thỏa $|z - 3 - 4i| = |\bar{z} + 2 - 3i|$ là.

- A. Đường thẳng có phương trình: $5x + 7y - 6 = 0$.
 B. Một parabol $y = -x^2$.
 C. Đường tròn có phương trình: $x^2 + y^2 = 1$.
 D. Điểm $M(2; 3)$.

Câu 134: Cho phương trình $3z^2 - 4z + 2 = 0$ (1). Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình (1).

Tính giá trị của biểu thức $T = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $T = -12$. B. $T = \frac{15}{4}$. C. $T = \frac{11}{3}$. D. $T = \frac{4}{3}$.

Câu 135: Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn điều kiện $(1 + 2i)^2 z + \bar{z} = 4i - 20$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 1$. B. $S = 5$. C. $S = 7$. D. $S = -1$.

Câu 136: Số phức z thay đổi sao cho $|z| = 1$. Giá trị bé nhất m và giá trị lớn nhất M của $|z - i|$ là:

- A. $m = 1; M = 2$. B. $m = 0; M = \sqrt{2}$. C. $m = 0; M = 1$. D. $m = 0; M = 2$.

Câu 137: Cho số phức $z = 5 - 3i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là.

- A. $(5; -3)$. B. $(5; 3)$. C. $(3; 5)$. D. $(3; -5)$.

Câu 138: Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

- A. $N\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $Q\left(\frac{1}{4}; 1\right)$. C. $M\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. D. $P\left(-\frac{1}{4}; 1\right)$.

Câu 139: Tìm số phức z , biết $\bar{z} - \frac{5 + i\sqrt{3}}{z} - 1 = 0$.

- A. $z = -1 - i\sqrt{3}$ hoặc $z = 2 + i\sqrt{3}$. B. $z = 1 + i\sqrt{3}$ hoặc $z = 2 + i\sqrt{3}$.
 C. $z = 1 - i\sqrt{3}$ hoặc $z = 2 - i\sqrt{3}$. D. $z = -1 - i\sqrt{3}$ hoặc $z = 2 - i\sqrt{3}$.

Câu 140: Gọi A, B, C theo thứ tự là các điểm biểu diễn các số phức $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 3 + i, z_3 = 1 + 2i$ trên mặt phẳng tọa độ. Trọng tâm G của tam giác ABC biểu diễn số phức z . Tìm z .

- A. $z = -2 - 2i$. B. $z = 2 + 2i$. C. $z = 1 + i$. D. $z = 1 - i$.

Câu 141: Gọi z_1, z_2, z_3 và z_4 là các nghiệm của phương trình $z^4 + 7z^2 + 10 = 0$. Tính $T = z_1 \cdot z_2 + z_3 \cdot z_4$.

- A. $T = \sqrt{10}$. B. $T = 10$. C. $T = -3$. D. $T = 7$.

Câu 142: Cho z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 4z + 11 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$H = \frac{|z_1|^2 + |z_2|^2}{(z_1 + z_2)^2}$$

- A. $H = \frac{13}{4}$. B. $H = \frac{3}{4}$. C. $H = \frac{11}{4}$. D. $H = \frac{15}{4}$.

Câu 143: Kí hiệu i là đơn vị ảo. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x+2y=1+i \\ 3x+iy=2-3i \end{cases}$$

- A. $(1-i; -i)$. B. $(1-i; i)$. C. $(-1+i; -i)$. D. $(1+i; i)$.

Câu 144: Cho hai số phức z_1, z_2 ($z_1 \neq z_2$). Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

- A. $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$. B. $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$. C. $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$ ($z_2 \neq 0$). D. $|z_1 - z_2| = |z_1| - |z_2|$.

Câu 145: Phương trình $z^2 + bz + c = 0$ nhận $z = 1+i$ là nghiệm. Hệ số của b và c .

- A. $b=2, c=-2$. B. $b=-2, c=1$. C. $b=-2, c=2$. D. $b=-1, c=1$.

Câu 146: Tìm các số thực m, n thỏa mãn: $m(1-2i)^2 + n(2-4i) = -12+4i$.

- A. $m=-2, n=3$. B. $m=-3, n=2$. C. $m=2, n=-3$. D. $m=3, n=2$.

Câu 147: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)^2(2-i)z = 8+i+(1+2i)z$. Tìm số phức liên hợp của số phức z .

- A. $\bar{z} = 3-2i$. B. $\bar{z} = 2+3i$. C. $\bar{z} = 3+2i$. D. $\bar{z} = 2-3i$.

Câu 148: Tìm tất cả các cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện $3x + yi = 2y + 1 + (2-x)i$.

- A. $(-1; -1)$. B. $(1; 1)$. C. $(1; 0)$ và $(-1; -1)$. D. $(1; 1)$ và $(-1; 0)$.

Câu 149: Khi số phức $z \neq 0$ thay đổi tùy ý thì tập hợp các số $z^2 + 1$ là:

- A. Tập hợp các số phức khác 0 và $-i$. B. Tập hợp các số phức khác 1.
C. Tập hợp tất cả các số phức D. Tập hợp các số phức lớn hơn 1.

Câu 150: Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 4z + 6 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0 + \bar{z}_0$.

- A. $M_3(2; 2)$. B. $M_2(2 + \sqrt{2}; 2 + \sqrt{2})$.
C. $M_4(\sqrt{2}; \sqrt{2})$. D. $M_1(2 - \sqrt{2}; 2 - \sqrt{2})$.

Câu 151: Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

- A. $T = 4$. B. $T = 2\sqrt{3}$. C. $T = 4 + 2\sqrt{3}$. D. $T = 2 + 2\sqrt{3}$.

Câu 152: Tìm số phức z , biết $z - (2+3i)\bar{z} = 1-9i$.

- A. $z = 1+i$. B. $z = 1-i$. C. $z = 2-i$. D. $z = -i$.

Câu 153: Tập hợp các nghiệm của phương trình $z = \frac{z}{z+i}$ là:

- A. $\{1-i\}$. B. $\{1-i; 0\}$. C. $\{0\}$. D. $\{0; 1\}$.

Câu 154: Cho số phức $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$). Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai ?

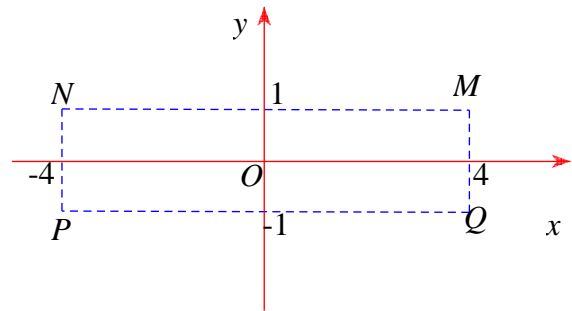
- A. $\bar{z} = a-bi$. B. $z \cdot \bar{z} = |z|^2$. C. $z + \bar{z} = 2a$. D. $z - \bar{z} = 2b$.

Câu 155: Cho số phức z thỏa mãn hệ phương trình
$$\begin{cases} |z-2i| = |z| \\ |z-i| = |z-1| \end{cases}$$
. Tìm môđun của số phức $w = iz$.

- A. $|w| = 3\sqrt{5}$. B. $|w| = \sqrt{5}$. C. $|w| = 2\sqrt{2}$. D. $|w| = \sqrt{2}$.

Câu 156: Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z = 5-3i$. Hỏi điểm biểu diễn của \bar{z} là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên ?

- A. Điểm Q .
 B. Điểm P .
 C. Điểm M .
 D. Điểm N .



Câu 157: Tìm số phức z , biết $\bar{z} = (\sqrt{2} + i)^2 (1 - \sqrt{2}i)$.

- A. $z = 3 - \sqrt{2}i$. B. $z = 5 - \sqrt{2}i$. C. $z = 3 + \sqrt{2}i$. D. $z = 5 + \sqrt{2}i$.

Câu 158: Trong các phương trình dưới đây, phương trình nào có hai nghiệm là $1 \pm i\sqrt{3}$.

- A. $x^2 - 2x - 4 = 0$. B. $x^2 + 2x + 4 = 0$. C. $x^2 + i\sqrt{3}x + 1 = 0$. D. $x^2 - 2x + 4 = 0$.

Câu 159: Tích của số phức $z = a - bi$ với số phức liên hợp của nó bằng.

- A. $-\sqrt{a^2 + b^2}$. B. $a^2 - b^2$. C. $a^2 + b^2$. D. $\sqrt{a^2 + b^2}$.

Câu 160: Giá trị của $P = [(1 + 5i) - (1 + 3i)]^{2017}$ bằng.

- A. -2^{2017} . B. $-2^{2017}i$. C. $2^{2017}i$. D. 2^{2017} .

Câu 161: Tìm môđun của $w = z - 2\bar{z}$, biết $(3z - \bar{z})(1 + i) - 5z = 8i - 1$.

- A. $|w| = \sqrt{21}$. B. $|w| = 3\sqrt{3}$. C. $|w| = \sqrt{17}$. D. $|w| = \sqrt{13}$.

Câu 162: Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = -1 + 3i, z_2 = 1 + 5i, z_3 = 4 + i$. Gọi D là điểm biểu diễn của số phức z_4 . Tìm số phức z_4 sao cho tứ giác $ABCD$ là một hình bình hành là:

- A. $z_4 = 2 - i$. B. $z_4 = 5 + 6i$. C. $z_4 = 2 + i$. D. $z_4 = 3 + 4i$.

Câu 163: Cho số phức $z = (\sqrt{2} + 3i)^2$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực bằng -7 , Phần ảo bằng $6\sqrt{2}$. B. Phần thực bằng 7 , Phần ảo bằng $6\sqrt{2}$.
 C. Phần thực bằng -7 và Phần ảo bằng $6\sqrt{2}i$ D. Phần thực bằng 7 và Phần ảo bằng $6\sqrt{2}i$.

Câu 164: Điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left(\frac{1-iz}{1+iz}\right)^2 = \frac{z+i}{z-i}$ có tọa độ là.

- A. $(0; 1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(1; 1)$. D. $(0; -1)$.

Câu 165: Cho phương trình: $2z^2 + 3z + 5 = 0$ (1). Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm của phương trình (1). Tính giá trị biểu thức $H = (z_1 - z_2)^2 - 7z_1z_2$.

- A. $H = -1$. B. $H = -\frac{103}{4}$. C. $H = -\frac{101}{4}$. D. $H = -\frac{5}{2}$.

Câu 166: Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.

- A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$. C. $|z_1 + z_2| = 5$. D. $|z_1 + z_2| = 1$.

CHUYÊN ĐỀ 5

SỐ PHỨC

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A																				
B																				
C																				
D																				

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A																				
B																				
C																				
D																				

	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
A																				
B																				
C																				
D																				

	10	10	10	10	10	10	10	10	10	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	12
A																				
B																				
C																				
D																				

	12	12	12	12	12	12	12	12	12	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	14
A																				
B																				
C																				
D																				

	14 1	14 2	14 3	14 4	14 5	14 6	14 7	14 8	14 9	15 0	15 1	15 2	15 3	15 4	15 5	15 6	15 7	15 8	15 9	16 0	
A																					
B																					
C																					
D																					

	161	162	163	164	165	166
A						
B						
C						
D						

CHUYÊN ĐỀ 6

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

---000---

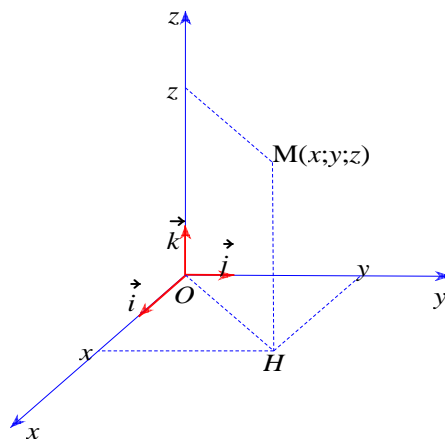
§1. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. Hệ trục tọa độ trong không gian

Cho ba trục Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi một. Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vector đơn vị tương ứng trên các trục Ox, Oy, Oz . Hệ gồm ba trục như vậy được gọi là hệ trục tọa độ Đề-các vuông góc $Oxyz$ trong không gian hay đơn giản được gọi là hệ tọa độ $Oxyz$.

- ♦ Điểm O được gọi là gốc tọa độ
- ♦ Trục Ox gọi là trục hoành
- ♦ Trục Oy gọi là trục tung
- ♦ Trục Oz gọi là trục cao
- ♦ Các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$ đôi một vuông góc với nhau được gọi là các mặt phẳng tọa độ.



Chú ý: $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1, \vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0$

2. Tọa độ của một điểm

$M(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, (x : hoành độ; y : tung độ; z : cao độ)

Chú ý:

- ♦ $M \in (Oxy) \Leftrightarrow z = 0; N \in (Oyz) \Leftrightarrow x = 0; P \in (Ozx) \Leftrightarrow y = 0$

Hay $M \in (Oxy) \Rightarrow M(x; y; 0); N \in (Oyz) \Rightarrow N(0; y; z); P \in (Ozx) \Rightarrow P(x; 0; z)$

- ♦ $M \in Ox \Leftrightarrow y = z = 0; N \in Oy \Leftrightarrow x = z = 0; P \in Oz \Leftrightarrow x = y = 0$

Hay $M \in Ox \Rightarrow M(x; 0; 0); N \in Oy \Rightarrow N(0; y; 0); P \in Oz \Rightarrow P(0; 0; z)$

3. Tọa độ của vector

$\vec{a} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, (x : hoành độ; y : tung độ; z : cao độ)

Chú ý: $\vec{0} = (0; 0; 0), \vec{i} = (1; 0; 0), \vec{j} = (0; 1; 0), \vec{k} = (0; 0; 1)$

4. Liên hệ giữa tọa độ điểm và tọa độ vector

Trong không gian $Oxyz$, cho $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B), C(x_C; y_C; z_C)$

- ♦ $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$

- ♦ M chia đoạn thẳng AB theo tỉ số k ($k \neq -1$) $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$

Khi đó: $M\left(\frac{x_A - kx_B}{1 - k}; \frac{y_A - ky_B}{1 - k}; \frac{z_A - kz_B}{1 - k}\right)$

- ♦ M trung điểm đoạn thẳng AB : $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$

- ♦ G là trọng tâm của tam giác ABC : $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$
- ♦ G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$: $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4}; \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}; \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4}\right)$

5. Các phép toán trên vector

Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có:

- ♦ $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$
- ♦ $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$, $k \in \mathbb{R}$
- ♦ $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$

6. Tích vô hướng và ứng dụng của tích vô hướng

Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có:

- ♦ $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$
- ♦ $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$
- ♦ $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$
- ♦ $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$
- ♦ \vec{a} cùng phương với \vec{b} , $\vec{b} \neq \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$, ($b_1, b_2, b_3 \neq 0$)
- ♦ Khoảng cách giữa hai điểm A, B : $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$
- ♦ Góc giữa hai vector: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$, ($\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$)

7. Tích có hướng của hai vector

a. Định nghĩa: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Tích có hướng của hai vector \vec{a} và \vec{b} , kí hiệu là $[\vec{a}, \vec{b}]$ hoặc $\vec{a} \wedge \vec{b}$, được xác định bởi:

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right) = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$$

Chú ý: $\vec{a} \wedge \vec{b} = -(\vec{b} \wedge \vec{a})$

b. Tính chất

- ♦ Nếu $\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b}$ thì $\begin{cases} \vec{c} \perp \vec{a} \\ \vec{c} \perp \vec{b} \end{cases}$
- ♦ $|\vec{a} \wedge \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin(\vec{a}, \vec{b})$
- ♦ \vec{a} và \vec{b} cùng phương $\Leftrightarrow \vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{0}$
- ♦ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \vec{c} \cdot (\vec{a} \wedge \vec{b}) = 0$

c. Ứng dụng của tích có hướng

- ♦ Diện tích hình bình hành $ABCD$ là $S_{ABCD} = |\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}|$

- ♦ Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}|$
- ♦ Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V_{ABCD.A'B'C'D'} = |(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{AA'}|$
- ♦ Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AD}|$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3), B(0; 3; 1), C(4; 2; 2)$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng.

- A. 27. B. 72. C. 17. D. 9.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -1; 1), B(0; 1; 2), C(1; 0; 1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là.

- A. $G\left(\frac{4}{3}; 0; \frac{2}{3}\right)$. B. $G\left(\frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}\right)$. C. $G\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$. D. $G\left(\frac{2}{3}; 0; \frac{4}{3}\right)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (5; 7; 2), \vec{b} = (3; 0; 4), \vec{c} = (-6; 1; -1)$. Tọa độ của vectơ \vec{n} thỏa mãn $\vec{n} = 5\vec{a} + 6\vec{b} + 4\vec{c}$ là.

- A. $\vec{n} = (-19; 39; 30)$. B. $\vec{n} = (19; 39; 30)$. C. $\vec{n} = (19; -39; 30)$. D. $\vec{n} = (19; 39; -30)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $OADB$ có $\overrightarrow{OA} = \vec{a} = (-1; 1; 0), \vec{b} = (1; 1; 0) = \overrightarrow{OB}$ (O là gốc tọa độ). Tọa độ tâm I của hình bình hành $OADB$ là.

- A. $I(1; 0; 0)$. B. $I(1; 0; 1)$. C. $I(0; 1; 0)$. D. $I(1; 1; 0)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 0; 0), N(0; 0; 1), P(2; 1; 1)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác MNP .

- A. $H(1; 0; 0)$. B. $H(0; 2; -1)$. C. $H(-1; 2; 4)$. D. $H(2; -2; 1)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 2; -1), C(3; 4; -1)$ và $I(2; 3; 0)$ là tâm của hình lập phương. Tìm tọa độ tâm K của hình vuông $A'B'C'D'$.

- A. $K(2; 3; 1)$. B. $K(2; 3; -1)$. C. $K(2; 3; 2)$. D. $K(1; 2; 3)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0), \vec{b} = (1; 1; 0), \vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?

- A. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. B. $\vec{a} \perp \vec{b}$. C. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. D. $\vec{b} \perp \vec{c}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; -2), B(2; 1; -1), C(1; -2; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là.

- A. $G\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. B. $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. C. $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $G(4; -1; -1)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (2; -5; 3), \vec{b} = (0; 2; -1), \vec{c} = (1; 7; 2)$. Tọa độ của vectơ \vec{e} thỏa mãn $\vec{e} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c}$ là.

- A. $\vec{e} = (0; -27; 3)$. B. $\vec{e} = (2; 7; 3)$. C. $\vec{e} = (-27; 0; 3)$. D. $\vec{e} = (0; 27; 3)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

- A. \vec{a}, \vec{b} cùng phương. B. $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{2}{\sqrt{6}}$. C. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$. D. $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?

- A. $AB \perp CD$. B. Bốn điểm A, B, C, D tạo thành một tứ diện.
C. Tam giác ABD là tam giác đều. D. Tam giác BCD là tam giác vuông.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 1; -1)$, $B(4; 1; -3)$, $C(3; 7; 0)$. Tọa độ điểm A' đối xứng của A qua trung điểm M của BC là.

- A. $A'(5; -2; 7)$. B. $A'(5; 7; 2)$. C. $A'(2; 5; 7)$. D. $A'(5; 7; -2)$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(1; 1; 1)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tọa độ trung điểm I của MN là.

- A. $I\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$. B. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. D. $I\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

- A. $H(2; 1; -1)$. B. $H(0; 3; 1)$. C. $H(1; 1; 0)$. D. $H(-1; 2; 3)$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 1; 1)$, $B(1; -1; 0)$, $C(1; 0; 2)$. Tính độ dài đường chéo của hình hộp nhận OA, OB, OC làm ba cạnh.

- A. $\sqrt{5}$. B. 3. C. 5. D. $\sqrt{2}$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (2; -5; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (1; 7; 2)$. Tọa độ của vectơ \vec{d} thỏa mãn $\vec{d} = 4\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + 3\vec{c}$ là.

- A. $\vec{d} = \left(11; \frac{1}{3}; \frac{55}{3}\right)$. B. $\vec{d} = \left(\frac{1}{3}; 11; \frac{55}{3}\right)$. C. $\vec{d} = (11; 1; 55)$. D. $\vec{d} = \left(11; -\frac{1}{3}; 55\right)$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (5; 7; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; 4)$, $\vec{c} = (-6; 1; -1)$. Tọa độ của vectơ \vec{m} thỏa mãn $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ là.

- A. $\vec{m} = (-3; 22; -3)$. B. $\vec{m} = (3; 22; -3)$. C. $\vec{m} = (-3; 22; 3)$. D. $\vec{m} = (3; -22; 3)$.

§2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. Tích có hướng của hai vectơ

a. Định nghĩa: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Tích có hướng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} , kí hiệu là $[\vec{a}, \vec{b}]$ hoặc $\vec{a} \wedge \vec{b}$, được xác định bởi:

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix} = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$$

Chú ý: $\vec{a} \wedge \vec{b} = -(\vec{b} \wedge \vec{a})$

b. Tính chất

- ♦ Nếu $\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b}$ thì $\begin{cases} \vec{c} \perp \vec{a} \\ \vec{c} \perp \vec{b} \end{cases}$
- ♦ $|\vec{a} \wedge \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin(\vec{a}, \vec{b})$
- ♦ \vec{a} và \vec{b} cùng phương $\Leftrightarrow \vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{0}$
- ♦ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \vec{c} \cdot (\vec{a} \wedge \vec{b}) = 0$

c. Ứng dụng của tích có hướng

- ♦ Diện tích hình bình hành $ABCD$ là $S_{ABCD} = |\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}|$
- ♦ Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}|$
- ♦ Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V_{ABCD.A'B'C'D'} = |(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{AA'}|$
- ♦ Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AD}|$

2. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

a. Định nghĩa:

- ♦ Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ được gọi là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) nếu giá của nó vuông góc với (α) , viết tắt là: $\vec{n} \perp (\alpha)$
- ♦ Nếu hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ không cùng phương và giá của chúng song song với một mp (α) (hoặc nằm trên (α)) thì $\vec{n} = \vec{a} \wedge \vec{b}$ là một vectơ pháp tuyến của mp (α) .

b. Chú ý:

- ♦ Nếu \vec{n} là vectơ pháp tuyến của một mặt phẳng thì $k\vec{n}, k \neq 0$ cũng là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đó
- ♦ Mặt phẳng (ABC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

3. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

a. Định nghĩa: Phương trình có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$, trong đó A, B, C, D không đồng thời bằng 0 được gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng hay còn gọi là phương trình mặt phẳng.

b. Nhận xét:

- ♦ Nếu mặt phẳng (α) có phương trình tổng quát là $Ax + By + Cz + D = 0$ thì nó có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$
- ♦ Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ nhận vectơ $\vec{n} = (A; B; C)$ khác $\vec{0}$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

c. Các trường hợp riêng của phương trình tổng quát

Các hệ số	Phương trình mặt phẳng (α)	Đặc điểm của mặt phẳng (α)
-----------	-----------------------------------	-----------------------------------

$D = 0$	$Ax + By + Cz = 0$	(α) đi qua gốc tọa độ O
$A = 0$	$By + Cz + D = 0$	$(\alpha) // Ox$ hoặc $(\alpha) \supset Ox$
$B = 0$	$Ax + Cz + D = 0$	$(\alpha) // Oy$ hoặc $(\alpha) \supset Oy$
$C = 0$	$Ax + By + D = 0$	$(\alpha) // Oz$ hoặc $(\alpha) \supset Oz$
$A = B = 0$	$Cz + D = 0$	$(\alpha) // (Oxy)$ hoặc $(\alpha) \equiv (Oxy)$
$A = C = 0$	$By + D = 0$	$(\alpha) // (Oxz)$ hoặc $(\alpha) \equiv (Oxz)$
$B = C = 0$	$Ax + D = 0$	$(\alpha) // (Oyz)$ hoặc $(\alpha) \equiv (Oyz)$

Chú ý:

- ♦ Mặt phẳng (Oxy) có phương trình: $z = 0$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{k} = (0; 0; 1)$
- ♦ Mặt phẳng (Oxz) có phương trình: $y = 0$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{j} = (0; 1; 0)$
- ♦ Mặt phẳng (Oyz) có phương trình: $x = 0$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{i} = (1; 0; 0)$

4. Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn

Mặt phẳng (α) không đi qua gốc O , cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm

$A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ (với $a, b, c \neq 0$) thì có phương trình: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Phương trình này gọi là phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (α)

5. Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, hai mặt phẳng (α_1) và (α_2) có phương trình:

$(\alpha_1): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0; (\alpha_2): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$. Khi đó (α_1) qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$, có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$ và (α_2) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$.

- ♦ $(\alpha_1) \equiv (\alpha_2) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$
- ♦ $(\alpha_1) // (\alpha_2) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$
- ♦ (α_1) cắt $(\alpha_2) \Leftrightarrow A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2$
- ♦ $(\alpha_1) \perp (\alpha_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$

Lưu ý:

- ♦ $\begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ M_0 \in (\alpha_2) \end{cases} \Rightarrow (\alpha_1) \equiv (\alpha_2)$ ♦ $\begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ M_0 \notin (\alpha_2) \end{cases} \Rightarrow (\alpha_1) // (\alpha_2)$ ♦ $\vec{n}_1 \neq k\vec{n}_2 \Rightarrow (\alpha_1) \cap (\alpha_2) = \Delta$

6. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ và điểm

$M_0(x_0; y_0; z_0)$. Khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) , kí hiệu $d(M_0, (\alpha))$, được tính bởi công thức:

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

7. Góc giữa hai mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, hai mặt phẳng (α_1) và (α_2) có phương trình:

$(\alpha_1): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0; (\alpha_2): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$. Khi đó (α_1) có vectơ pháp tuyến là:

$\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$ và (α_2) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$. Tính góc giữa hai mặt phẳng, ta tính

góc giữa hai vectơ pháp tuyến và suy ra góc cần tìm. $\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$

8. Lập phương trình mặt phẳng

Cách 1: (Xác định yếu tố: VTPT và điểm, như bảng dưới đây)

B1) Từ giả thiết, xác định các vectơ và các yếu tố khác (nếu cần)

B2) Xác định tọa độ VTPT và tọa độ một điểm của mặt phẳng

B3) Thay vào phương trình (1). Thu gọn và kết luận

Cách 2: (Xác định hệ số)

B1) Gọi PT mp đã cho có dạng: $Ax + By + Cz + D = 0$, (2)

B2) Từ giả thiết, xác định 4 hệ số A, B, C, D (kiểm tra điều kiện, nếu có)

B3) Thay vào phương trình (2). Kết luận

Dạng	Tính chất của mp(α) (giả thiết cho)	Đi qua điểm	VTPT
1	mp(α) qua 3 điểm A, B, C	A, B, C	$\vec{n}_\alpha = [\vec{AB}, \vec{AC}]$
2	mp(α) là mặt phẳng trung trực đoạn AB	M là trung điểm AB	$\vec{n}_\alpha = \vec{AB}$
3	mp(α) qua M và song song (β): $Ax + By + Cz + D = 0$	M	$\vec{n}_\alpha = \vec{n}_\beta = (A; B; C)$
4	mp(α) qua M và vuông góc đường thẳng (d)	M	$\vec{n}_\alpha = \vec{a}_d$
	mp(α) qua M và vuông góc đường thẳng AB	M	$\vec{n}_\alpha = \vec{AB}$
5	mp(α) qua A, B và song song (d)	A hoặc B	$\vec{n}_\alpha = [\vec{AB}, \vec{u}_d]$
	mp(α) qua A, B và song song CD	A hoặc B	$\vec{n}_\alpha = [\vec{AB}, \vec{CD}]$
	mp(α) chứa (d) và song song (d')	Lấy $M \in (d)$	$\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}]$
	mp(α) chứa (d) và song song AB	Lấy $M \in (d)$	$\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d, \vec{AB}]$
6	mp(α) qua 2 điểm M, N và vuông góc mp(β)	M hoặc N	$\vec{n}_\alpha = [\vec{MN}, \vec{n}_\beta]$
	mp(α) chứa (d) và vuông góc mp(β)	Lấy $M \in (d)$	$\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d, \vec{n}_\beta]$
7	mp(α) qua điểm M và vuông góc 2 mp (β), (γ)	M	$\vec{n}_\alpha = [\vec{n}_\gamma, \vec{n}_\beta]$
8	mp(α) qua điểm M và song 2 đt (d), (d')	M	$\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}]$
9	mp(α) qua điểm M , vuông góc mp(β) và song đt (d)	M	$\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d, \vec{n}_\beta]$
10	mp(α) chứa (d) và đi qua $M \notin (d)$	M hoặc Lấy $N \in (d)$	$\vec{n}_\alpha = [\vec{MN}, \vec{u}_d]$

9. Tìm H là hình chiếu của M trên mp(α)

Cách 1. H là hình chiếu của M trên mp(α): $Ax + By + Cz + D = 0$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} H \in (\alpha) \\ \overrightarrow{MH}, \vec{n}_\alpha \text{ cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Ax_H + By_H + Cz_H + D = 0 \\ \frac{x_H - x_M}{A} = \frac{y_H - y_M}{B} = \frac{z_H - z_M}{C} \end{cases} \Rightarrow \text{tọa độ điểm } H.$$

Cách 2. Viết phương trình đường thẳng (d) qua M và vuông góc mp(α) \Rightarrow Tọa độ H là nghiệm của hệ phương trình gồm phương trình của (d) và (α)

10. Tìm điểm M' đối xứng với M qua mp(α)

Tìm hình chiếu H của M trên mp(α) $\Rightarrow H$ là trung điểm của $MM' \Rightarrow$ Tọa độ điểm M'

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; -2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 2x - 3y + z + 5 = 0$.

- A. $2x - 3y + z - 11 = 0$. B. $x + 3y - z - 7 = 0$. C. $x - 3y + z + 11 = 0$. D. $2x - 3y + z - 9 = 0$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 4), B(3; 6; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

- A. $x + 4y - z + 7 = 0$. B. $4x + y - z - 7 = 0$. C. $x + y - 4z + 7 = 0$. D. $x + 4y - z - 7 = 0$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$d': \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = -2 + 5t' \\ z = -2t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$. Phương trình mặt phẳng (α) chứa d' và song song với d là

- A. $11x - 5y - 7z - 32 = 0$. B. $5x - 11y - 7z + 32 = 0$.
C. $11x + 5y + 7z - 32 = 0$. D. $11x - 7y - 5z - 23 = 0$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 2), B(-2; 1; -1), C(2; -2; -1)$. Tìm tọa độ hình chiếu của gốc O trên mp(ABC).

- A. $O' \left(\frac{2}{17}; -\frac{3}{34}; \frac{3}{34} \right)$. B. $O' \left(\frac{1}{34}; \frac{2}{17}; -\frac{3}{34} \right)$. C. $O' \left(\frac{3}{4}; \frac{2}{7}; \frac{3}{4} \right)$. D. $O' \left(\frac{3}{34}; \frac{2}{17}; -\frac{3}{34} \right)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -1; 2), B(-1; 0; 3), C(0; 2; 1)$. Diện tích S của tam giác ABC .

- A. $S = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $S = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. C. $S = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. $S = \frac{5}{2}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$ và $(\beta): x - y + z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (γ) vuông góc với (α) và (β) sao cho khoảng cách từ O đến mp(γ) bằng 2.

- A. $(\gamma): x - z \pm 3\sqrt{2} = 0$. B. $(\gamma): x + z \pm \sqrt{2} = 0$.
C. $(\gamma): x - z \pm 2\sqrt{2} = 0$. D. $(\gamma): y - z \pm 2 = 0$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $A(3; -1; -5)$ đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(\beta): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\gamma): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) .

- A. $x + 2y - 2z - 15 = 0$. B. $x + 2y - z - 15 = 0$. C. $2x + y - 2z - 15 = 0$. D. $2x + 2y - z - 15 = 0$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(3; 1; -1), B(2; -1; 4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): 2x - y + 3z - 1 = 0$.

- A. $5x - 13y - z + 5 = 0$. B. $x - y - z + 5 = 0$. C. $x - 13y - 5z + 5 = 0$. D. $x + 13y + 5z - 5 = 0$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng qua ba điểm $A(0;2;1), B(3;0;1), C(1;0;0)$.

- A. $2x+3y-4z+2=0$. B. $2x+3y+4z-2=0$. C. $2x+3y-4z-2=0$. D. $2x-3y-4z+1=0$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(5;1;3), B(1;6;2), C(5;0;4), D(4;0;6)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?

- A. Phương trình (BCD) : $6x+5y+3z-42=0$. B. Phương trình (ACD) : $2x+y+z-14=0$.
C. $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{CD} = (10;6;5)$. D. $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AD} = (-2;-1;-1)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

- A. $x+3y+4z-7=0$. B. $x+y+2z-3=0$. C. $x+y+2z-6=0$. D. $x+3y+4z-26=0$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Gọi (α) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $M(8;0;0), N(0;-2;0), P(0;0;4)$. Phương trình của (α) là.

- A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $x-4y+2z=0$. C. $\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 0$. D. $x-4y+2z-8=0$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y+2z+11=0$ và $(\beta): x+2y+2z+2=0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (α) và (β) .

- A. $d((\alpha), (\beta)) = 4$. B. $d((\alpha), (\beta)) = 3$. C. $d((\alpha), (\beta)) = 10$. D. $d((\alpha), (\beta)) = 7$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua các hình chiếu của điểm $B(2;3;4)$ trên các trục tọa độ. Phương trình mặt phẳng (α) .

- A. $6x+4y+3z-12=0$. B. $x+y+z-12=0$.
C. $3x+4y+6z-12=0$. D. $3x+2y+z-12=0$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng tiếp xúc với (S) ?

- A. $x+y+z-55=0$. B. $6x+2y+3z+5=0$.
C. $2x+3y+6z-5=0$. D. $6x+2y+3z-55=0$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $E(0;2;0)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 2x+3y-4z-2=0$. Phương trình mặt phẳng (α) .

- A. $2x+3y-4z-6=0$. B. $2x+3y-4z-12=0$.
C. $2x+3y-4z+22=0$. D. $2x+3y-4z-21=0$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Lập phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(\beta): x+y+2z+1=0$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+8=0$.

- A. $(\alpha): x+y+2z-11=0$. B. $(\alpha): x+y+2z-22=0$.
C. $(\alpha): x+y+2z-2=0$. D. $(\alpha): x+y+2z-1=0$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(1;0;0), N(0;-2;0), P(0;0;-3)$. Phương trình mặt phẳng (α) .

- A. $x-y-z-6=0$. B. $x-3y-2z-6=0$. C. $6x+3y-z-6=0$. D. $6x-3y-2z-6=0$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;4;2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-1=0$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (α) .

- A. $H(1;2;0)$. B. $H(2;-1;0)$. C. $H(2;1;0)$. D. $H(-1;2;0)$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(5;1;3), B(1;6;2), C(5;0;4), D(4;0;6)$. Gọi mặt phẳng (α) đi qua cạnh AB và song song với cạnh CD . Phương trình mặt phẳng (α) .

- A. $10x-9y+5z+74=0$. B. $10x+9y+5z-4=0$.
C. $10x+9y+5z-74=0$. D. $5x+3y+2z-7=0$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $D(1;0;1), E(5;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\gamma): 2x-y+z-7=0$. Phương trình mặt phẳng (α) .

- A. $z-2x-1=0$. B. $x-2z+1=0$. C. $x-2y+1=0$. D. $y-2z+1=0$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 4x+y-2=0$. Vectơ nào trong các vectơ sau đây có giá vuông góc với mặt phẳng (α) .

- A. $\vec{n}=(-1;4;0)$. B. $\vec{n}=(-8;-2;0)$. C. $\vec{n}=(1;4;0)$. D. $\vec{n}=(4;1;1)$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;7), B(4;1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

- A. $x-y-2z-9=0$. B. $2x-y-z+9=0$. C. $x-y-2z+9=0$. D. $x-2y-z-9=0$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng là $2x-my+3z-6+m=0$ và $(m+3)x-2y+(5m+1)z-10=0$ (m là tham số thực). Tìm tất cả giá trị của m để hai mặt phẳng đã cho trùng nhau.

- A. $m=1$. B. $m \neq 1$. C. $m=2$. D. $m \neq 2$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-5y+mz-3=0$ và $(\beta): 2x+ny-3z+1=0$ (m, n là tham số thực). Tìm tất cả giá trị của m và n để hai mặt phẳng đã cho song song với nhau.

- A. $n=\frac{10}{3}, m=\frac{9}{2}$. B. $m=-\frac{1}{3}, n=-\frac{3}{2}$. C. $n=-\frac{10}{3}, m=-\frac{9}{2}$. D. $n=-10, m=-9$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) chứa trục Oz và điểm $C(3;-4;7)$. Phương trình mặt phẳng (α) .

- A. $3x+4y=0$. B. $4x+3y=0$. C. $4x+3z=0$. D. $x+y=0$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1), B(2;-1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

- A. $x-4y+2z+3=0$. B. $x-y-2z-3=0$. C. $2x+y+2z-3=0$. D. $x-y+2z-3=0$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0), B(0;-1;1), C(2;1;-1), D(3;1;4)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

- A. 1 mặt phẳng. B. 7 mặt phẳng. C. Vô số mặt phẳng. D. 4 mặt phẳng.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm trên trục Oz điểm M cách đều điểm $A(2;3;4)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x+3y+z-17=0$.

- A. $M(0;0;3)$. B. $M(0;0;6)$. C. $M(0;0;5)$. D. $M(0;0;4)$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $G(1;2;3)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (α) .

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1$. C. $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{6} + \frac{y}{9} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm trên trục Oy điểm M cách đều hai mặt phẳng: $(\alpha): x + y - z + 1 = 0$ và $(\beta): x - y + z - 5 = 0$.

- A. $M(0; -4; 0)$. B. $M(0; -3; 0)$. C. $M(0; -6; 0)$. D. $M(0; -5; 0)$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $H(2;1;1)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho H là trọng tâm của tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (α) .

- A. $2x + y + z - 6 = 0$. B. $x + 2y + z - 6 = 0$. C. $2x + y + z - 12 = 0$. D. $x + y + 2z + 6 = 0$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 8 + 4t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(\alpha): x + y + z - 7 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (β) đi qua d và vuông góc với mp (α) .

- A. $(\beta): 2x + y - 3z + 1 = 0$. B. $(\beta): 2x + y + 3z + 1 = 0$.
C. $(\beta): x + 2y - 3z - 1 = 0$. D. $(\beta): x + 2y - 3z + 1 = 0$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm O' đối xứng của gốc tọa độ O qua mặt phẳng (α) .

- A. $O'\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$. B. $O'(2; 4; -2)$. C. $O'\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. D. $O'\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(4;1;4), B(3;3;1), C(1;5;5)$ và $D(1;1;1)$. Tìm tọa độ hình chiếu của D trên mp (ABC) .

- A. $D'\left(\frac{13}{25}; \frac{33}{5}; \frac{81}{25}\right)$. B. $D'\left(\frac{81}{25}; \frac{13}{5}; \frac{33}{25}\right)$. C. $D'\left(\frac{81}{25}; \frac{13}{25}; \frac{33}{25}\right)$. D. $D'\left(\frac{1}{25}; \frac{1}{5}; \frac{3}{25}\right)$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) chứa trục Ox và điểm $A(4; -1; 2)$. Phương trình mặt phẳng (α) .

- A. $y + 2z = 0$. B. $2x + z = 0$. C. $2x + y = 0$. D. $2y + z = 0$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$d': \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = -2 + 5t' \\ z = -2t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$. Phương trình mặt phẳng (β) chứa d và song song với d' là.

- A. $11x + 5y + 7z + 30 = 0$. B. $7x - 11y - 5z - 30 = 0$.
C. $11x - 5y - 7z + 30 = 0$. D. $11x - 7y - 5z + 20 = 0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình: $\frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$ (m là tham số thực). Tìm tất cả các giá trị của m để (P) vuông góc với đường thẳng Δ .

- A. $m = 2$. B. $m = 52$. C. $m = -2$. D. $m = -52$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; -2; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 7x - y + 2z - 1 = 0$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) .

- A. $d(A, (\alpha)) = \frac{\sqrt{54}}{54}$. B. $d(A, (\alpha)) = \frac{3}{54}$. C. $d(A, (\alpha)) = \frac{3}{\sqrt{54}}$. D. $d(A, (\alpha)) = \frac{5}{\sqrt{54}}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Lập phương trình tiếp diện của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 4z + 5 = 0$ tại điểm $M(4; 3; 0)$.

- A. $2x + y + 2z - 10 = 0$. B. $x + y + 2z - 10 = 0$. C. $x + 2y + z - 10 = 0$. D. $x + 2y + 2z - 10 = 0$.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + my + 3z - 5 = 0$ và $(\beta): nx - 8y - 6z + 2 = 0$ (m, n là tham số thực). Tìm tất cả giá trị của m và n để hai mặt phẳng đã cho song song với nhau.

- A. $m = -4, n = 4$. B. $m = \frac{1}{4}, n = -\frac{1}{4}$. C. $m = \frac{1}{4}, n = \frac{1}{4}$. D. $m = 4, n = -4$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 1), B(4; 5; -2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - 4y + 5z + 6 = 0$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (α) tại M . Tính tỉ số $\frac{MB}{MA}$.

- A. 4. B. 2. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng là $2x - my + 3z - 6 + m = 0$ và $(m+3)x - 2y + (5m+1)z - 10 = 0$ (m là tham số thực). Tìm tất cả giá trị của m để hai mặt phẳng đã cho vuông góc với nhau.

- A. $m = \frac{9}{19}$. B. $m = -\frac{19}{9}$. C. $m = -\frac{9}{19}$. D. $m = \frac{19}{9}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $B(2; -1; 3), C(4; 0; 1), D(-10; 5; 3)$. Phương trình mặt phẳng (α) .

- A. $2x + 2y + z - 6 = 0$. B. $x + 2y + 2z + 6 = 0$. C. $2x + y + 2z - 6 = 0$. D. $x + 2y + 2z - 6 = 0$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; -1), B(2; 0; 1)$. Tìm tọa độ điểm M trong mặt phẳng (Oyz) sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị bé nhất.

- A. $M(0; 2; 1)$. B. $M(1; 1; 0)$. C. $M(0; 1; 0)$. D. $M(0; 1; 2)$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua OE và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): 2x + 3y - 4z - 2 = 0$, với $E(0; 2; 0)$. Phương trình mặt phẳng (α) .

- A. $2y + z = 0$. B. $2x + z = 0$. C. $2x + y + z = 0$. D. $2x + y = 0$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 5z + 14 = 0$ và $(\beta): x + my - 2mz + 5 = 0$ (m là tham số thực). Tìm tất cả giá trị của m để hai mặt phẳng đã cho vuông góc với nhau.

A. $m = -\frac{2}{11}$. B. $m = -\frac{11}{2}$. C. $m = \frac{11}{2}$. D. $m = \frac{2}{11}$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng là $2x - my + 3z - 6 + m = 0$ và $(m+3)x - 2y + (5m+1)z - 10 = 0$ (m là tham số thực). Tìm tất cả giá trị của m để hai mặt phẳng đã cho cắt nhau.

A. $m \neq 1$. B. $m \neq -1$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3 = 0$. Tìm vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

A. $\vec{n} = (1; -2; 0)$. B. $\vec{n} = (1; -2; 3)$. C. $\vec{n} = (1; 2; 0)$. D. $\vec{n} = (1; 2; 3)$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2; 5; -7)$ và song song với giá của hai vectơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$, $\vec{b} = (3; 0; 5)$. Phương trình mặt phẳng (α) .

A. $5x + 2y + 3z + 21 = 0$. B. $5x - 2y - 3z - 21 = 0$.
C. $5x - 2y - 3z + 11 = 0$. D. $5x - 2y - 3z - 11 = 0$.

Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M(8; -2; 4)$ lên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $x - 4y + 2z - 8 = 0$. B. $x + 4y + 2z - 8 = 0$. C. $2x - y + 2z - 8 = 0$. D. $x + 4y - 2z - 8 = 0$.

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M_0(1; -1; 2)$ trên mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 12 = 0$.

A. $M'_0\left(\frac{29}{9}; \frac{10}{9}; \frac{20}{9}\right)$. B. $M'_0\left(-\frac{29}{9}; \frac{10}{9}; -\frac{20}{9}\right)$.
C. $M'_0\left(-\frac{2}{9}; \frac{1}{9}; -\frac{2}{9}\right)$. D. $M'_0\left(-\frac{20}{9}; \frac{10}{9}; -\frac{29}{9}\right)$.

Câu 53: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(-2; 1; -1)$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?

A. Phương trình mặt phẳng $(BCD): x - 2y - 2z + 2 = 0$.
B. $d(A, (BCD)) = 1$.
C. A, B, C, D là bốn đỉnh của một tứ diện.
D. $\vec{BA} \wedge \vec{BD} = (1; -2; -2)$.

Câu 54: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + my + 2mz - 9 = 0$ và $(\beta): 6x - y - z - 10 = 0$ (m là tham số thực). Tìm tất cả giá trị của m để hai mặt phẳng đã cho vuông góc với nhau.

A. $m = 2$. B. $m = -4$. C. $m = -2$. D. $m = 4$.

Câu 55: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(4; 1; 0)$ và $C(-1; 4; -1)$. Mặt phẳng (α) nào dưới đây chứa đường thẳng AB mà khoảng cách từ điểm C đến (α) bằng $\sqrt{14}$.

A. $(\alpha): x - 2y + 3z = 0$. B. $(\alpha): x - 2y + 3z - 2 = 0$.
C. $(\alpha): x - 2y + 3z - 3 = 0$. D. $(\alpha): x - 2y + 3z - 5 = 0$.

Câu 56: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(0; 0; -1)$ và song song với giá của hai vectơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (3; 0; 5)$. Phương trình mặt phẳng (α) là.

A. $5x - 2y - 3z + 21 = 0$. B. $5x - 2y - 3z - 21 = 0$.
C. $-5x + 2y + 3z + 3 = 0$. D. $10x - 4y - 6z + 21 = 0$.

Câu 57: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;4;2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-1=0$.

Tìm tọa độ điểm M' đối xứng của M qua mặt phẳng (α) .

- A. $M'(-3;-2;0)$. B. $M'(0;-2;3)$. C. $M'(3;0;2)$. D. $M'(-3;0;-2)$.

Câu 58: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho ba mặt phẳng $(\alpha): x+y+2z+1=0$, $(\beta): x+y-z+2=0$ và $(\gamma): x-y+5=0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?

- A. $(\beta) \perp (\gamma)$. B. $(\alpha) // (\gamma)$. C. $(\alpha) \perp (\gamma)$. D. $(\alpha) \perp (\beta)$.

Câu 59: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Khoảng cách d từ điểm A đến (P) bằng

- A. $d = \frac{\sqrt{29}}{5}$. B. $d = \frac{5}{\sqrt{129}}$. C. $d = \frac{1}{\sqrt{29}}$. D. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

Câu 60: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3), B(0;1;1), C(1;0;0)$. Tính $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{BC}$.

- A. $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{BC} = (-1;3;2)$. B. $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{BC} = (-1;3;-2)$.
C. $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{BC} = (1;-3;2)$. D. $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{BC} = (-1;-3;2)$.

Câu 61: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $D(2;6;-3)$ và song song mp(Ozx). Phương trình mặt phẳng (α) .

- A. $x-2=0$. B. $y=0$. C. $z+3=0$. D. $y-6=0$.

Câu 62: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;1), B(-1;1;2), C(-1;1;0), D(2;-1;-2)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?

- A. $S_{\Delta BCD} = \sqrt{13}$.
B. $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BD} = (-4;-6;0)$.
C. Phương trình mặt phẳng $(BCD): 4x+6y+z-2=0$.
D. $V_{ABCD} = \frac{1}{3}$.

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;2;1), B(3;0;1), C(1;0;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là.

- A. $2x-3y-4z+1=0$. B. $2x-3y-4z+2=0$. C. $2x+3y-4z-2=0$. D. $4x+6y-8z+2=0$.

Câu 64: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x+ny+2z+3=0$ và $(\beta): mx+2y-4z+7=0$ (m, n là tham số thực). Tìm tất cả giá trị của m và n để hai mặt phẳng đã cho song song với nhau.

- A. $m=-4; n=-1$. B. $m=4; n=1$. C. $m=-4; n=1$. D. $m=4; n=-1$.

Câu 65: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) chứa trục Oy và điểm $B(1;4;-3)$. Phương trình mặt phẳng (α) .

- A. $3y+z=0$. B. $3x+z=0$. C. $3x-y=0$. D. $x+3z=0$.

§3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

I. Phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng

1. Phương trình tham số

Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3) \neq \vec{0}$ làm vector chỉ phương.

Δ có phương trình tham số là:
$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$$
, trong đó t là tham số.

2. Phương trình chính tắc

Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ với $a_1 a_2 a_3 \neq 0$ làm vector

chỉ phương. Δ có phương trình chính tắc là:
$$\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}$$

II. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng d và d' lần lượt đi qua hai điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$, $M'_0(x'_0; y'_0; z'_0)$ và có vector chỉ

phương lần lượt $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{a}' = (a'_1; a'_2; a'_3)$. Đặt $\vec{n} = \vec{a} \wedge \vec{a}'$, ta có các điều kiện sau:

1. $d // d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} = \vec{0} \\ M_0 \notin d' \end{cases}$
2. $d \equiv d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} = \vec{0} \\ M_0 \in d' \end{cases}$
3. d cắt $d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} \neq \vec{0} \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0 M'_0} = 0 \end{cases}$
4. d và d' chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0 M'_0} \neq 0$
5. $d \perp d' \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{a}' = 0$

Cách khác: Vị trí tương đối giữa 2 đường thẳng: $(d): \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$ và $(d'): \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$

Xét hệ phương trình:
$$\begin{cases} x_0 + a_1 t = x'_0 + a'_1 t' \\ y_0 + a_2 t = y'_0 + a'_2 t' \\ z_0 + a_3 t = z'_0 + a'_3 t' \end{cases} (*)$$

- ♦ Nếu hệ (*) có nghiệm duy nhất thì d cắt d' tại một điểm
- ♦ Nếu hệ (*) có vô số nghiệm thì d trùng với d'
- ♦ Nếu hệ (*) vô nghiệm thì d và d' không có điểm chung

Khi đó:

- Nếu hai VTCP của d và d' cùng phương trình $d // d'$
- Nếu hai VTCP của d và d' không cùng phương trình d và d' chéo nhau.

III. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ phương là $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, mặt phẳng

(α) có phương trình: $Ax + By + Cz + D = 0$. Gọi $\vec{n} = (A; B; C)$ là vector pháp tuyến của (α) . Ta có các điều kiện:

1. $d // (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \\ M_0 \notin (\alpha) \end{cases}$
2. $d \subset (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \\ M_0 \in (\alpha) \end{cases}$

3. $d \text{ cắt } (\alpha) \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{n} \neq 0$

4. $d \perp (\alpha) \Leftrightarrow \vec{n} = k\vec{a}$, với mọi k là số thực

Cách khác: Vị trí tương đối đường thẳng và mặt phẳng:

$$\text{Cho đường thẳng } (d): \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ và mp}(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$$

Lập phương trình $A(x_0 + a_1 t) + B(y_0 + a_2 t) + C(z_0 + a_3 t) + D = 0$ (*), (t là ẩn)

▪ (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow d // (\alpha)$

▪ (*) có đúng 1 nghiệm $t = t_0 \Leftrightarrow d \cap (\alpha) = M(x_0 + a_1 t_0; y_0 + a_2 t_0; z_0 + a_3 t_0)$

(*) vô số nghiệm $\Leftrightarrow d \subset (\alpha)$

IV. Tính khoảng cách

1. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$, có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và điểm M

$$\text{Khi đó: } d(M, \Delta) = \frac{|\overrightarrow{M_0 M} \wedge \vec{a}|}{|\vec{a}|}$$

Cách khác: Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ , ta thực hiện các bước sau:

B1. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa M và vuông góc với Δ

B2. Tìm giao điểm H của Δ và (α)

B3. Khoảng cách từ M đến Δ chính là khoảng cách giữa hai điểm M và H : $d(M, \Delta) = MH$

2. Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song

Để tính khoảng cách giữa đường thẳng Δ song song với một mặt phẳng (α) , ta thực hiện các bước:

B1. Lấy một điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ tùy ý trên Δ

B2. Khoảng cách giữa Δ và (α) chính là khoảng cách từ điểm M_0 đến (α) : $d(\Delta, (\alpha)) = d(M_0, (\alpha))$ và

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

3. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

Cho hai đường thẳng chéo nhau Δ và Δ'

- ♦ Δ qua điểm A và có vect σ chỉ phương \vec{a}
- ♦ Δ' qua điểm B và có vect σ chỉ phương \vec{b}

$$\text{Khi đó: } d(\Delta, \Delta') = \frac{|(\vec{a} \wedge \vec{b}) \cdot \overrightarrow{AB}|}{|\vec{a} \wedge \vec{b}|}$$

Cách khác: Để tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau Δ và Δ' , ta thực hiện các bước:

B1. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng Δ và song song với Δ'

B2. Lấy một điểm $M'_0(x'_0; y'_0; z'_0)$ tùy ý trên Δ'

B3. Khoảng cách giữa Δ và Δ' chính là khoảng cách từ điểm M'_0 đến (α) : $d(\Delta, \Delta') = d(M'_0, (\alpha))$

V. Lập phương trình đường thẳng:

Phương pháp: (Xác định yếu tố: VTCP và điểm, như bảng dưới đây)

- B1) Từ giả thiết, xác định các vectơ và các yếu tố khác liên quan (nếu cần)
- B2) Xác định tọa độ VTCP và tọa độ một điểm của đường thẳng
- B3) Thay vào phương trình tham số hay phương trình chính tắc

Các dạng

Dạng	Tính chất của đường thẳng d (giả thiết cho)	Đi qua điểm	VTCP
1	Đường thẳng d đi qua A, B	A, B	$\vec{u}_d = \vec{AB}$
2	Đường thẳng d qua A và song song đt Δ	A	$\vec{u}_d = \vec{u}_\Delta$
3	Đường thẳng d qua A và vuông góc mp(α)	A	$\vec{u}_d = \vec{n}_\alpha$
4	Đường thẳng d qua A và vuông góc 2 đt d_1, d_2	A	$\vec{u}_d = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}]$
5	Đường thẳng d qua A và song mp(α), mp(β) (hay song mp này và chứa trong mp còn lại)	A	$\vec{u}_d = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta]$
6	Đường thẳng d là giao tuyến của mp(α), mp(β)	Lấy $I \in (\alpha) \cap (\beta)$	$\vec{u}_d = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta]$
7	Đường thẳng d qua A , vuông góc đường thẳng Δ và song (hay chứa trong) mp(α)	A	$\vec{u}_d = [\vec{u}_\Delta, \vec{n}_\alpha]$
8	Đường thẳng d qua A , vuông góc đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2	A	$\vec{u}_d = [\vec{u}_{d_1}, \vec{n}_\alpha]$ (Với mp(α) là mp qua A và d_2)
9	Đường thẳng d qua A , vuông góc và cắt đường thẳng Δ	A và B (Tìm B là h/chiều của A lên Δ)	$\vec{u}_d = \vec{AB}$
10	Đường thẳng d là hình chiếu của đường thẳng Δ lên (α)	A' và B' (lần lượt là h/chiều của A, B lên (α); lấy $A, B \in \Delta$)	$\vec{u}_d = \vec{A'B'}$
11	Đường thẳng d qua A và cắt 2 đường thẳng d_1, d_2	A	$\vec{u}_d = [[\vec{u}_{d_1}, \vec{AM}], [\vec{u}_{d_2}, \vec{AN}]]$ (Lấy $M \in d_1, N \in d_2$)

IV. Tìm H là hình chiếu của M trên đường thẳng (d)

Cách 1. H là hình chiếu của M trên đường thẳng (d) $\Leftrightarrow \begin{cases} H \in (d) \\ \overline{MH} \perp \vec{u}_d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{tọa độ điểm } H \text{ thỏa mãn } (d) \\ \overline{MH} \cdot \vec{a}_d = 0 \end{cases}$

Giải hệ phương trình, tìm tọa độ điểm H .

Cách 2. Viết PT mp(α) qua M và vuông góc với (d) \Rightarrow Tọa độ H là nghiệm của hệ phương trình gồm phương trình của (d) và (α).

VII. Tìm tọa độ điểm M' là đối xứng với M qua đường thẳng d :

Tìm hình chiếu H của M trên (d) $\Rightarrow H$ là trung điểm của $MM' \Rightarrow$ tọa độ điểm M'

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=3 \\ y=7 \\ z=5-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Vectơ nào trong các

vectơ sau đây có giá song song với đường thẳng Δ .

- A. $\vec{u} = (0; 0; -2)$. B. $\vec{u} = (2; 1; 3)$. C. $\vec{u} = (1; 0; -1)$. D. $\vec{u} = (0; 2; 1)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \\ z=3+4t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$d_2: \begin{cases} x=3+4t' \\ y=5+6t' \\ z=7+8t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $d_1 // d_2$. B. $d_1 = d_2$. C. $d_1 \perp d_2$. D. d_1 và d_2 chéo nhau.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho đường thẳng $\Delta: x=y=z$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng của $M(1; 2; -1)$ qua đường thẳng Δ .

- A. $M' \left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{4}{3} \right)$. B. $M' \left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3} \right)$. C. $M'(1; -2; 7)$. D. $M' \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{5}{3} \right)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $C(3; 2; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - 5y + 4 = 0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (α) là.

- A. $\Delta: \begin{cases} x=3-2t \\ y=2+5t \\ z=1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. B. $\Delta: \begin{cases} x=3 \\ y=2-5t \\ z=1+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.
- C. $\Delta: \begin{cases} x=3+2t \\ y=2-5t \\ z=1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. D. $\Delta: \begin{cases} x=3+2t \\ y=2 \\ z=1-5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(0; 1; 2), N(1; 0; 1)$ và $P(2; 1; -2)$. Viết phương trình đường thẳng d qua M và song song với đường thẳng NP .

- A. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$. B. $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$.
- C. $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-3}$. D. $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-3}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + 3z + 1 = 0$ và đường thẳng d

có phương trình tham số: $\begin{cases} x=-3+t \\ y=2-2t \\ z=1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. d cắt (α) . B. $d // (\alpha)$. C. $d \subset (\alpha)$. D. $d \perp (\alpha)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y - z + 5 = 0$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$. Tính khoảng cách giữa Δ và (α) .

$$\text{A. } d(\Delta, (\alpha)) = \frac{9\sqrt{17}}{17}. \quad \text{B. } d(\Delta, (\alpha)) = \frac{9\sqrt{11}}{11}. \quad \text{C. } d(\Delta, (\alpha)) = \frac{\sqrt{14}}{9}. \quad \text{D. } d(\Delta, (\alpha)) = \frac{9\sqrt{14}}{14}.$$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t, t \in \mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$.

Tìm tọa độ điểm A' đối xứng của A qua đường thẳng Δ .

$$\text{A. } A'(2;1;0). \quad \text{B. } A'(-1;0;2). \quad \text{C. } A'(2;0;-1). \quad \text{D. } A'(2;0;1).$$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+3t, t \in \mathbb{R} \\ z=2+t \end{cases}$ và

$(\alpha): 11x-5y-7z-32=0$. Khoảng cách giữa d và (α) là.

$$\text{A. } \frac{62\sqrt{195}}{5}. \quad \text{B. } \sqrt{195}. \quad \text{C. } \frac{62}{\sqrt{195}}. \quad \text{D. } \frac{\sqrt{62}}{100}.$$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$. Vector nào trong các vector sau đây có giá song song với đường thẳng Δ .

$$\text{A. } \vec{u} = (6; -4; 2). \quad \text{B. } \vec{u} = (2; -1; 1). \quad \text{C. } \vec{u} = (-2; 3; 1). \quad \text{D. } \vec{u} = (-2; 1; -1).$$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-5}{1}$ và

$d': \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. d và d' là hai đường thẳng chéo nhau.
- B. d và d' là hai đường thẳng cắt nhau.
- C. d và d' là hai đường thẳng trùng nhau.
- D. d và d' là hai đường thẳng song song với nhau.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm a để hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+at \\ y=t \\ z=-1+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ cắt

$$d': \begin{cases} x=1-t' \\ y=2+2t', t' \in \mathbb{R} \\ z=3-t' \end{cases}$$

$$\text{A. } a=1. \quad \text{B. } a=2. \quad \text{C. } a=3. \quad \text{D. } a=0.$$

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+y+z-1=0$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$. Gọi M là giao điểm của d và (α) , hãy viết phương trình của đường thẳng Δ đi qua

M vuông góc với d và nằm trong (α) .

$$\text{A. } \Delta: \begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = \frac{1}{2} + 3t, t \in \mathbb{R}. \\ z = -\frac{7}{2} + t \end{cases}$$

$$\text{B. } \Delta: \begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = 1 + 8t, t \in \mathbb{R}. \\ z = -7 \end{cases}$$

$$\text{C. } \Delta: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = \frac{1}{2} - 8t, t \in \mathbb{R}. \\ z = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\text{D. } \Delta: \begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = \frac{1}{2} + 8t, t \in \mathbb{R}. \\ z = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;1)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-2}$. Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ .

$$\text{A. } d(A, \Delta) = \frac{5\sqrt{5}}{3}. \quad \text{B. } d(A, \Delta) = \frac{3\sqrt{5}}{5}. \quad \text{C. } d(A, \Delta) = \frac{2\sqrt{5}}{5}. \quad \text{D. } d(A, \Delta) = \frac{5\sqrt{5}}{9}.$$

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $D(-2;1;2)$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua D và song song với trục Oz là.

$$\text{A. } \Delta: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 \\ z = 2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

$$\text{B. } \Delta: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

$$\text{C. } \Delta: \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 + t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 2 + t \end{cases}$$

$$\text{D. } \Delta: \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \\ z = 2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ và

$$d': \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2t \\ z = -1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \text{ Tìm giao điểm } M \text{ nếu có của } d \text{ và } d'.$$

$$\text{A. } M(3;0;-1). \quad \text{B. Không có giao điểm.} \quad \text{C. } M(-1;0;3). \quad \text{D. } M(0;-1;3).$$

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0;0;2), B(3;0;5), C(1;1;0), D(4;1;2)$. Viết phương trình tham số của đường cao tứ diện $ABCD$ hạ từ D .

$$\text{A. } \begin{cases} x = 4 - t \\ y = 1 + t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 2 + t \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 4 - 3t \\ y = 1 + 9t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 2 - 3t \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 2 + t \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 4 - 3t \\ y = 1 + 9t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 2 + 3t \end{cases}$$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}, d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{6}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

$$\text{A. } d_1, d_2 \text{ trùng nhau.} \quad \text{B. } d_1, d_2 \text{ cắt nhau.} \quad \text{C. } d_1, d_2 \text{ chéo nhau.} \quad \text{D. } d_1, d_2 \text{ song song.}$$

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 4t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 + t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(\alpha): x - y + 2z + 5 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. d song song với mặt phẳng (α) . B. d nằm trong mặt phẳng (α) .
C. d cắt mặt phẳng (α) . D. d vuông góc với mặt phẳng (α) .

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ và

mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 3 = 0$.

- A. $d(\Delta, (\alpha)) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $d(\Delta, (\alpha)) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $d(\Delta, (\alpha)) = \frac{2}{5}$. D. $d(\Delta, (\alpha)) = \frac{2}{3}$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 \end{cases}$ và

$$\Delta': \frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}.$$

- A. $d(\Delta, \Delta') = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $d(\Delta, \Delta') = \frac{\sqrt{6}}{6}$. C. $d(\Delta, \Delta') = \frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $d(\Delta, \Delta') = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tính khoảng cách từ điểm $M(1; -1; 1)$ đến đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

- A. $d(M, \Delta) = \frac{\sqrt{66}}{11}$. B. $d(M, \Delta) = \frac{6\sqrt{11}}{11}$. C. $d(M, \Delta) = \frac{\sqrt{11}}{11}$. D. $d(M, \Delta) = \frac{2\sqrt{11}}{11}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$.

Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

- A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{x-2}{1}$. B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{x-2}{-1}$.
C. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{x-2}{1}$. D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{x-2}{1}$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(-1; 2; -3)$ và đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + t \end{cases}. \text{ Tìm trên đường thẳng } \Delta \text{ điểm } M \text{ sao cho } |\overline{MA} + \overline{MB}| \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

- A. $M(2; 1; 1)$. B. $M(1; 2; -1)$. C. $M(-1; 2; -1)$. D. $M(1; 2; 1)$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$. Xác định tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến Δ bằng OM .

- A. $M(1;0;0)$ hoặc $M(-2;0;0)$. B. $M(-1;0;0)$ hoặc $M(2;0;0)$.
 C. $M(-1;0;0)$ hoặc $M(4;0;0)$. D. $M(-2;0;0)$ hoặc $M(2;0;0)$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$.

Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng Δ .

- A. $H(3;0;-1)$. B. $H\left(\frac{3}{2};0;-\frac{1}{2}\right)$. C. $H\left(\frac{3}{2};0;\frac{1}{2}\right)$. D. $H(3;0;1)$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho đường thẳng $\Delta: x = y = z$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng của $M(1;2;3)$ qua đường thẳng Δ .

- A. $M'(3;2;1)$. B. $M'(3;1;2)$. C. $M'(1;2;3)$. D. $M'\left(\frac{1}{2};1;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + z - 1 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm M của d và (α) .

- A. $M\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3};\frac{7}{3}\right)$. B. $M\left(\frac{7}{3};-\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)$. C. $M\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3};-\frac{7}{3}\right)$. D. $M\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0;0;2), B(3;0;5), C(1;1;0), D(4;1;2)$. Tìm tọa độ hình chiếu H của D trên mp (ABC) .

- A. $H\left(\frac{14}{11};\frac{43}{11};\frac{23}{11}\right)$. B. $H\left(\frac{43}{11};\frac{14}{11};\frac{23}{11}\right)$. C. $H\left(\frac{23}{11};\frac{43}{11};\frac{14}{11}\right)$. D. $H\left(\frac{43}{11};\frac{23}{11};\frac{14}{11}\right)$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$ và $\Delta': \frac{x+2}{-4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{4}$.

- A. $d(\Delta, \Delta') = \frac{\sqrt{386}}{3}$. B. $d(\Delta, \Delta') = \frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $d(\Delta, \Delta') = \frac{\sqrt{386}}{5}$. D. $d(\Delta, \Delta') = \frac{\sqrt{683}}{3}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình tham số của $\Delta: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 - 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. Đường thẳng Δ qua điểm $M(4;3;1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -3; 2)$.
 B. Đường thẳng Δ qua điểm $M(4;3;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{a} = (-2; 3; -2)$.

- C. Đường thẳng Δ qua điểm $M(4;3;1)$ và song song với đường thẳng $\Delta': \begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = -3t' \\ z = 3 + 2t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$.

D. Đường thẳng Δ có phương trình chính tắc là $\frac{x+4}{2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình tham số của Δ là.

A. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. C. $\begin{cases} x = -4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. D. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tính khoảng cách từ điểm $N(2;3;1)$ đến đường thẳng

$$\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-2}.$$

A. $d(N, \Delta) = \frac{2\sqrt{2}}{5}$. B. $d(N, \Delta) = \frac{3\sqrt{2}}{3}$. C. $d(N, \Delta) = \frac{5\sqrt{2}}{3}$. D. $d(N, \Delta) = \frac{10\sqrt{2}}{3}$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ và

$$\Delta_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}. \text{ Xác định tọa độ điểm } M \text{ thuộc } \Delta_1 \text{ sao cho khoảng cách từ } M \text{ đến } \Delta_2 \text{ bằng } 1.$$

A. $M(1;1;4)$ hoặc $M(4;4;7)$. B. $M(4;1;1)$ hoặc $M(7;4;4)$.

C. $M(4;1;1)$ hoặc $M(4;7;7)$. D. $M(1;4;1)$ hoặc $M(4;7;4)$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm a để hai đường thẳng sau đây song song

$$d: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = at \\ z = 2 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \text{ và } d': \begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = a + 4t' \\ z = 2 - 2t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}.$$

A. $a = 2$. B. $a = 3$. C. $a = 4$. D. $a = 1$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 8 + 4t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(\alpha): x + y + z - 7 = 0$. Lập phương trình d' là hình chiếu vuông góc của d trên mp (α) .

A. $d': \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 5 + t \\ z = 1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. B. $d': \begin{cases} x = 4 - 4t \\ y = 1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

C. $d': \begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 5 - 5t \\ z = -t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. D. $d': \begin{cases} x = -8 + 4t \\ y = 15 - 5t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có phương trình là

$$d_1: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 4t \\ z = 6 + 6t \end{cases} \text{ và } d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}. \text{ Viết phương trình chính tắc của đường thẳng } d \text{ đi qua}$$

$M(1; -1; 2)$, vuông góc với d_1 và d_2 .

A. $d: \frac{x+1}{14} = \frac{y-1}{17} = \frac{z+2}{9}$.

B. $d: \frac{x-1}{9} = \frac{y+1}{14} = \frac{z-2}{17}$.

C. $d: \frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9}$.

D. $d: \frac{x+1}{9} = \frac{y-1}{17} = \frac{z+2}{14}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Phương trình nào sau đây cũng là phương trình của d ?

A. $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 1 + 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 4 - 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t, t \in \mathbb{R} \\ z = 2 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 1 - 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 4 + 2t \end{cases}$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3), B(3; 0; 0)$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua hai điểm A và B là.

A. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

B. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-3}$.

C. $\Delta: \frac{x+3}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-3}$.

D. $\Delta: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 7z + 1 = 0$. Phương trình tham số của d là.

A. $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = -3 - 7t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + 8t \\ y = -2 + 6t, t \in \mathbb{R} \\ z = -3 - 14t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 - 7t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 - 7t \end{cases}$

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 4t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 + t \end{cases}$ và mặt

phẳng $(\alpha): 4x + 8y + 2z - 7 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. d cắt mặt phẳng (α) .

B. d nằm trong mặt phẳng (α) .

C. d vuông góc với mặt phẳng (α) .

D. d song song với mặt phẳng (α) .

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y - z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua $A(1; 1; -2)$, vuông góc với d và song song với (P) .

$$\text{A. } \Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}.$$

$$\text{B. } \Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+2}{-3}.$$

$$\text{C. } \Delta: \frac{x-1}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{5}.$$

$$\text{D. } \Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z}{-3}.$$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = -1 \\ y = -1, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}; d': \begin{cases} x = 1 \\ y = 1, t' \in \mathbb{R} \\ z = t' \end{cases}.$$

$$\text{A. } 4.$$

$$\text{B. } \sqrt{2}.$$

$$\text{C. } 2.$$

$$\text{D. } 2\sqrt{2}.$$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Lập phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng

$$(\alpha): y + 2z = 0 \text{ và cắt hai đường thẳng } d_1: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 4t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 2 - t' \\ y = 4 + 2t' \\ z = 4 \end{cases}, t' \in \mathbb{R}.$$

$$\text{A. } \Delta: \begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = -8 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = 4t \end{cases}.$$

$$\text{B. } \Delta: \frac{x+8}{7} = \frac{y-8}{-8} = \frac{z+4}{4}.$$

$$\text{C. } \Delta: \frac{x-1}{7} = \frac{y}{-8} = \frac{z}{4}.$$

$$\text{D. } \Delta: \begin{cases} x = -8 + 7t \\ y = 8 - 8t \\ z = -4 + 4t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;4)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. Tìm

điểm H thuộc đường thẳng Δ sao cho đoạn thẳng MH nhỏ nhất.

$$\text{A. } H(2;3;3).$$

$$\text{B. } H(3;2;3).$$

$$\text{C. } H(3;3;2).$$

$$\text{D. } H(3;3;3).$$

§4. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

I. Phương trình mặt cầu

♦ Phương trình mặt cầu tâm $I(a; b; c)$ bán kính R có dạng: $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ (1)

♦ Phương trình dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (2) (với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$) là phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$

II. Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu

Cho (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$ và $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

Gọi $d = d(I, (\alpha))$ là khoảng cách từ tâm I đến mp(α):

♦ $d > R$: $(S) \cap (\alpha) = \emptyset$

♦ $d = R$: (α) tiếp xúc (S) tại H (H : tiếp điểm, (α) : tiếp diện)

♦ $d < R$: (α) cắt (S) theo đường tròn có tâm H là hình chiếu của I lên (α) và bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2}$

III. Các dạng toán

1. Lập phương trình mặt cầu:

Phương pháp lập phương trình mặt cầu:

Cách 1: (Xác định yếu tố: Tâm và bán kính, như bảng dưới đây)

B1) Từ giả thiết, xác định các vectơ và các yếu tố khác liên quan (nếu cần)

B2) Xác định tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu

B3) Thay vào PT (1).

Dạng	Tính chất của mặt cầu (giả thiết cho)	Tâm	Bán kính
1	Mặt cầu (S) tâm I đi qua A	I	$R = IA$
2	Mặt cầu (S) đường kính AB	I là trung điểm AB	$R = \frac{AB}{2}$
3	Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc mp(α)	I	$R = d(I, (\alpha))$
4	Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc đường thẳng Δ	I	$R = d(I, \Delta)$

Cách 2 : (Xác định hệ số)

B1) Gọi mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$, (2)

B2) Từ giả thiết lập hệ 4 phương trình gồm các ẩn a, b, c, d . Giải hệ đó, tìm a, b, c, d

B3) Thay vào phương trình (2)

Dạng 5: Mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ (hay đi qua 4 điểm A, B, C, D)

♦ Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (2)

♦ $A, B, C, D \in (S) \Rightarrow$ tọa độ 3 điểm A, B, C, D thỏa mãn (2).

♦ Giải hệ tìm a, b, c, d

Dạng 6: Mặt cầu (S) đi qua 3 điểm A, B, C và tâm $I \in (\alpha)$

♦ Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (2) \Rightarrow tâm $I(a, b, c)$

♦ $A, B, C \in (S) \Rightarrow$ tọa độ 3 điểm A, B, C thỏa mãn PT(2) và tâm $I(a; b; c) \in (\alpha)$

♦ Giải hệ 4 phương trình trên tìm a, b, c, d

Dạng 7: Mặt cầu (S) đi qua 2 điểm A, B và tâm $I \in (d)$

Cách 1: Nếu đường thẳng (d) cho bởi phương trình chính tắc:

♦ Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (2) \Rightarrow tâm $I(a; b; c)$

♦ $A, B \in (S) \Rightarrow$ tọa độ điểm A, B thỏa mãn (2) và tâm $I(a; b; c) \in (d)$

♦ Giải hệ 4 phương trình trên tìm a, b, c, d

Cách 2: Nếu đường thẳng (d) cho bởi phương trình tham số

$$\diamond I \in (d) \Rightarrow I(x_0 + a_1t; y_0 + a_2t; z_0 + a_3t)$$

$\diamond A, B \in (S) \Leftrightarrow AI^2 = BI^2$. Ta được phương trình ẩn t , giải tìm t , tìm được tọa độ điểm I

2. Phương trình tiếp diện (α) của mặt cầu:

Dạng 1: Mặt phẳng (α) tiếp xúc mặt cầu (S) tại $A \Rightarrow mp(\alpha)$ qua A và có vtpt $\vec{n} = \vec{IA}$

Dạng 2: Mặt phẳng (α) tiếp xúc (S) và vuông góc đường thẳng Δ (có vtcp $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$)

\diamond Mặt phẳng (α) vuông góc $\Delta \Rightarrow mp(\alpha)$ nhận $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ làm vtpt \Rightarrow PT $mp(\alpha)$ có dạng: $a_1x + a_2y + a_3z + m = 0$ (m chưa biết)

\diamond Mặt phẳng (α) tiếp xúc (S) $\Leftrightarrow d(I, (\alpha)) = R$

Dạng 3: Mặt phẳng (α) tiếp xúc (S) và song song với $mp(\beta)$ (có vtpt $\vec{n} = (A; B; C)$)

\diamond Mặt phẳng (α) song song (β) $\Rightarrow mp(\alpha)$ nhận $\vec{n} = (A; B; C)$ làm vtpt \Rightarrow PT $mp(\alpha)$ có dạng: $Ax + By + Cz + D = 0$ (D chưa biết)

\diamond Mặt phẳng (α) tiếp xúc (S) $\Leftrightarrow d(I, (\alpha)) = R$. Tìm được D

Dạng 4: Mặt phẳng (α) tiếp xúc (S) và song song 2 đường thẳng (d_1), (d_2):

\diamond Mặt phẳng (α) song song 2 đường thẳng (d_1) và (d_2) \Rightarrow VTPT của $mp(\alpha)$ là $\vec{n} = [\vec{a}_{d_1}, \vec{a}_{d_2}]$

\Rightarrow PT $mp(\alpha)$ có dạng: $Ax + By + Cz + D = 0$ (D chưa biết)

\diamond Mặt phẳng (α) tiếp xúc (S) $\Leftrightarrow d(I, (\alpha)) = R$. Tìm được D

3. Tìm tiếp điểm H của mặt cầu (S) và $mp(\alpha)$ (Khi đó H là hình chiếu của tâm I trên $mp(\alpha)$)

Cách 1. H là hình chiếu của M trên $mp(\alpha)$: $Ax + By + Cz + D = 0$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} H \in (\alpha) \\ \overrightarrow{MH}, n_\alpha \text{ cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Ax_H + By_H + Cz_H + D = 0 \\ \frac{x_H - x_M}{A} = \frac{y_H - y_M}{B} = \frac{z_H - z_M}{C} \Rightarrow \text{tọa độ điểm } H. \end{cases}$$

Cách 2. Viết phương trình đường thẳng (d) qua M và vuông góc $mp(\alpha) \Rightarrow$ Tọa độ H là nghiệm của hệ phương trình gồm phương trình của (d) và (α)

4. Giao điểm của đường thẳng và mặt cầu:

$$\text{Cho đường thẳng } d: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases} \text{ (1) và mặt cầu } (S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \text{ (2)}$$

\diamond Thay phương trình đường thẳng d (1) vào phương trình mặt cầu (2), giải tìm t ,

\diamond Thay t vào (1), tìm được tọa độ giao điểm

5. Tìm bán kính r và tâm H của đường tròn (C) (với (C) là thiết diện của $mp(\alpha)$ và mặt cầu (S))

\diamond Bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2(I, \alpha)}$ (với I là tâm và R là bán kính mặt cầu (S))

\diamond Tìm tâm H là hình chiếu vuông góc của tâm I trên $mp(\alpha)$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2y + 1 = 0$. Xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(4;1;0), R=2$. B. $I(4;1;0), R=4$. C. $I(1;0;4), R=2$. D. $I(0;1;4), R=4$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và tiếp xúc với mp (Oyz) . Phương trình mặt cầu (S) là.

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 100$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 1$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S) .

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$. B. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$.
C. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;4)$ và gốc tọa độ O . Phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm A, B, C, O là.

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y - 4z = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y - 4z + 4 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y - 4z + 16 = 0$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(3;-1;2), B(1;1;-2)$ và có tâm nằm trên trục Oz . Phương trình mặt cầu (S) là.

- A. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 11$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 10 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2z - 10 = 0$. D. $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ và điểm $M(0;-1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại M .

- A. $x = 0$. B. $2x + y - z + 1 = 0$. C. $x + y + z + 1 = 0$ D. $x - y - 2z - 1 = 0$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho (S) là mặt cầu tâm $I(2;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (α) có phương trình $2x - 2y - z + 3 = 0$. Phương trình mặt cầu (S) là.

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$. B. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = \frac{4}{9}$.
C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = \frac{4}{9}$. D. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đi qua ba điểm $A(1;2;-4), B(1;-3;1), C(2;2;3)$ và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy) . Phương trình mặt cầu (S) là.

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 21 = 0$. B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 26$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 21 = 0$. D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 2z + 1 = 0$ và điểm $I(0;-2;1)$. Tìm bán kính R của hình cầu tâm I tiếp xúc với (α) .

A. $R = 29$. B. $R = \frac{5}{\sqrt{29}}$. C. $R = \frac{3}{\sqrt{29}}$. D. $R = \frac{7}{\sqrt{29}}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;1), B(1;2;1), C(1;1;2), D(2;2;1)$. Phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm A, B, C, D là.

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 3x + 3y + 3z + 6 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z + 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 3x + 3y + 3z - 6 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z + 6 = 0$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $C(4; -4; 2)$ và đi qua gốc tọa độ. Phương trình mặt cầu (S) là.

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 8y - 4z = 10$. B. $(x-4)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 6$.
C. $(x+4)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 36$. D. $(x-4)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 36$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đi qua ba điểm $A(0;8;0), B(4;6;2), C(0;12;4)$ và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oyz) . Phương trình mặt cầu (S) là.

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 7y - 5z + 48 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 14y - 10z + 18 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 14y - 10z + 48 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 14y + 10z + 28 = 0$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 5 = 0$. Xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(-2; 1; -3), R = 9$. B. $I(2; -1; 3), R = 3$. C. $I(-2; 1; -3), R = 3$. D. $I(2; 1; 3), R = 3$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) qua điểm $M(5; -2; 1)$ và có tâm $J(3; -3; 1)$. Phương trình mặt cầu (S) là.

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 6y + 2z + 14 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 2z + 14 = 0$.
C. $(x+3)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 5$. D. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x - 3y + 15z - 2 = 0$. Xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I\left(\frac{1}{2}; 1; -\frac{5}{2}\right), R = \sqrt{6}$. B. $I\left(1; \frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right), R = \frac{\sqrt{6}}{6}$.
C. $I\left(1; \frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right), R = \frac{7\sqrt{3}}{3}$. D. $I\left(1; \frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right), R = \frac{7\sqrt{6}}{6}$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho (S) là mặt cầu tâm $I(2; 1; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (α) có phương trình $2x - 2y - z + 3 = 0$. Bán kính R của (S) là.

A. $R = \frac{4}{3}$. B. $R = 2$. C. $R = \frac{2}{9}$. D. $R = \frac{2}{3}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 1), D(-2; 1; -1)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD) là.

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$. B. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$.
C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 1$. D. $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 1$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(5; -3; 7)$ và bán kính $R = 2$. Phương trình mặt cầu (S) là.

A. $(x+5)^2 + (y-3)^2 + (z+7)^2 = 4.$

B. $(x+5)^2 + (y-3)^2 + (z+7)^2 = 2.$

C. $(x-5)^2 + (y+3)^2 + (z-7)^2 = 4.$

D. $(x-5)^2 + (y+3)^2 + (z-7)^2 = 2.$

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(4; -3; 7), B(2; 1; 3)$. Phương trình mặt cầu (S) là.

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 10z + 26 = 0.$

B. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 3.$

C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 4.$

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y + 10z + 26 = 0.$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Lập phương trình mặt cầu (S) đi qua ba điểm $A(1; 2; -4), B(1; -3; 1), C(2; 2; 3)$ và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy) .

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 2z - 21 = 0.$

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 21 = 0.$

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2z - 21 = 0.$

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - y - 21 = 0.$

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 0; -2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm A , cắt Δ tại hai điểm B, C sao cho $AB = 8$.

A. $x^2 + (y+2)^2 + z^2 = 25.$

B. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25.$

C. $(x+2)^2 + y^2 + z^2 = 25.$

D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 25.$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 8y + 15z - 3 = 0$. Xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I\left(1; -\frac{4}{3}; -\frac{5}{2}\right), R = \sqrt{19}.$

B. $I\left(1; -\frac{4}{3}; -\frac{5}{2}\right), R = \frac{19}{6}.$

C. $I\left(1; \frac{4}{3}; \frac{5}{2}\right), R = \frac{19}{6}.$

D. $I\left(1; -\frac{4}{3}; -\frac{5}{2}\right), R = \frac{16}{9}.$

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 1), D(1; 1; 1)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có bán kính R là.

A. $R = \sqrt{3}.$

B. $R = \sqrt{2}.$

C. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

D. $R = \frac{3}{4}.$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 3 = 0$. Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(1; -2; -1), R = 3.$

B. $I(-1; 2; 1), R = 3.$

C. $I(1; -2; -1), R = \sqrt{3}.$

D. $I(-1; 2; 1), R = \sqrt{3}.$

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 4z - 1 = 0$. Mặt cầu nào trong các mặt cầu sau đây cắt mặt phẳng (P) ?

A. $x^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 1.$

B. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1.$

C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 1.$

D. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 1.$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có bán kính $R = 2$, tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) và có tâm nằm trên trục Ox . Phương trình mặt cầu (S) là.

A. $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 4.$

B. $(x+2)^2 + y^2 + z^2 = 4.$

C. $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 16.$

D. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4.$

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Lập phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $A(2;0;1), B(1;0;0), C(1;1;1)$ và có tâm nằm trên mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 2 = 0$.

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0.$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z + 1 = 0.$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 1 = 0.$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z + 1 = 0.$

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(-1;2;1), R=9.$

B. $I(1;-2;-1), R=3.$

C. $I(-1;2;1), R=3.$

D. $I(1;-2;-1), R=9.$

ÔN TẬP CHUYÊN ĐỀ 6

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t, t \in \mathbb{R} \\ z=3-t \end{cases}$ và

$d_2: \begin{cases} x=1+2t' \\ y=-1+2t', t' \in \mathbb{R} \\ z=2-2t' \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $d_1 // d_2$. B. d_1, d_2 cắt nhau. C. d_1, d_2 trùng nhau. D. d_1, d_2 chéo nhau.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; 0; 2)$ và $\vec{v} = (0; -1; 1)$. Trong các vector sau, vector nào cùng phương với $[\vec{u}, \vec{v}]$?

- A. $\vec{b} = (1; 1; 1)$ B. $\vec{d} = (2; 2; -1)$. C. $\vec{c} = (0; 1; -1)$. D. $\vec{a} = (-2; 1; 1)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm $A(1; -2; -5)$ qua

đường thẳng Δ có phương trình: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-t, t \in \mathbb{R} \\ z=2t \end{cases}$.

- A. $A'(1; 3; 2)$. B. $A'(3; -2; 1)$. C. $A'(1; 2; -3)$. D. $A'(-3; 2; 1)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho (α) là mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): x - 4y + z + 12 = 0$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng (α) ?

- A. $x - 4y + z + 3 = 0$. B. $x - 4y + z - 12 = 0$. C. $x - 4y + z + 4 = 0$. D. $x - 4y + z - 4 = 0$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chữ nhật có hai đỉnh $A(-2; 3; 0), B(2; 3; 0)$ và một cạnh nằm trên trục Ox . Khối tròn xoay sinh bởi hình chữ nhật đó khi quay quanh trục Oy có thể tích là.

- A. 12π . B. $12\pi^2$. C. 6π . D. $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 0; -2)$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}$. Viết phương trình mặt cầu tâm A, cắt Δ tại hai điểm B, C sao cho $BC = 8$.

- A. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$. B. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$.
C. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 36$. D. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho điểm $M(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 7 = 0$. Gọi M' là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (P) . Viết phương trình mặt cầu có đường kính MM' .

- A. $\left(x - \frac{7}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{4}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{11}{3}\right)^2 = \frac{8}{3}$. B. $\left(x + \frac{7}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{4}{3}\right)^2 + \left(z + \frac{11}{3}\right)^2 = \frac{5}{8}$.
C. $\left(x - \frac{7}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{4}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{11}{3}\right)^2 = 8$. D. $\left(x + \frac{7}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{4}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{11}{3}\right)^2 = \frac{10}{3}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) chứa trục Oz và điểm $A(2; -3; 5)$. Phương trình mặt phẳng (P) là.

- A. $2x - 3y = 0$. B. $2x + 3y = 0$. C. $3x + 2y = 0$. D. $3x - 2y + z = 0$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $|\vec{u}|=2, |\vec{v}|=5, (\vec{u}, \vec{v})=\frac{\pi}{6}$. Độ dài vectơ $[\vec{u}, \vec{v}]$ bằng.

- A. 5. B. $5\sqrt{3}$. C. 10. D. 8.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+4y+5z+8=0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+1=0$ và $(\beta): x-2z-3=0$. Tìm φ là góc giữa đường thẳng d và $mp(P)$.

- A. $\varphi=90^0$. B. $\varphi=60^0$. C. $\varphi=30^0$. D. $\varphi=45^0$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các mặt phẳng $(P_1): x+2y+3z+4=0$ và $(P_2): 3x+2y-z+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;1;1)$, vuông góc với hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) .

- A. $4x+5y+2z-3=0$. B. $4x-5y+2z-1=0$. C. $2x-3y+2z-5=0$. D. $4x-5y-z+1=0$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2;1;0), B(-2;3;2)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d .

- A. $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=18$. B. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=16$.
C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=19$. D. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=17$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=3+4t \\ y=-1-t, t \in \mathbb{R} \\ z=4+2t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(P): x+2y-z+3=0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. d song song với (P) . B. d vuông góc với (P) . C. d cắt (P) . D. d nằm trên (P) .

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-2)^2=1$ và hai mặt phẳng $(P): 3x+4z-12=0, (Q): 3x+12y+4z-12=0$. Mặt phẳng cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính $r=\frac{3}{5}$ là.

- A. $mp(Q)$. B. Không có mặt phẳng nào.
C. $mp(P)$. D. $mp(P)$ và $mp(Q)$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-1}$ và $d_2: \frac{x}{-1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{2}$. Viết phương trình đường thẳng d qua $A(6;1;-4)$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 .

- A. $d: \frac{x-2}{-4}=\frac{y-3}{2}=\frac{z}{4}$. B. $d: \frac{x-2}{-4}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+1}{4}$.
C. $d: \frac{x}{-4}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$. D. $d: \frac{x-2}{-4}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{4}$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x+y-2=0$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng sau vuông góc với mặt phẳng (P) ?

- A. $\Delta: \frac{x-3}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{2}$. B. $\Delta: \begin{cases} x=1+4t \\ y=2+t, t \in \mathbb{R} \\ z=7 \end{cases}$

$$\text{C. } \Delta: \begin{cases} x=1-4t \\ y=2+t, t \in \mathbb{R}. \\ z=-4 \end{cases}$$

$$\text{D. } \Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}.$$

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;-1;3)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2 \\ z=-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \text{ Khoảng cách từ điểm } A \text{ đến đường thẳng } d \text{ bằng.}$$

A. $\sqrt{6}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{14}$.

D. $\sqrt{8}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-t, t \in \mathbb{R} \\ z=1 \end{cases}$ và

$$d': \frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}. \text{ Khoảng cách giữa } d \text{ và } d' \text{ là.}$$

A. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm một vector chỉ phương của giao tuyến hai mặt phẳng $(P): 3x+2y-z-1=0$ và $(Q): x+4y-3z+2=0$.

A. $\vec{u}=(1;-4;-5)$.

B. $\vec{u}=(-1;-4;5)$.

C. $\vec{u}=(1;4;5)$.

D. $\vec{u}=(5;4;1)$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Khoảng cách từ điểm $M(2;0;1)$ đến đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1} \text{ là.}$$

A. $d(M, d) = \sqrt{12}$.

B. $d(M, d) = \sqrt{2}$.

C. $d(M, d) = \sqrt{3}$.

D. $d(M, d) = 2\sqrt{6}$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;1), B(2;1;3)$ và $(P): x-y+2z-3=0$. Viết phương trình đường thẳng AB và tìm giao điểm M của đường thẳng AB với mặt phẳng (P) .

A. $AB: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{3}, M(0;5;-1)$.

B. $AB: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{2}, M(0;-5;1)$.

C. $AB: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}, M(0;-5;-1)$.

D. $AB: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}, M(1;0;-5)$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và

$$d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=1+2t, t \in \mathbb{R} \\ z=-1+t \end{cases} \text{ và điểm } A(1;2;3). \text{ Đường thẳng } \Delta \text{ đi qua } A, \text{ vuông góc với } d_1 \text{ và cắt } d_2 \text{ có}$$

phương trình là.

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+3}{-5}$.

B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-1=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+9}{6}$, $\Delta_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-2}$. Xác định tọa độ điểm M thuộc Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_2 và khoảng cách từ M đến (P) bằng nhau.

- A. $M(0;1;-3)$ hoặc $M\left(\frac{18}{35}; \frac{53}{35}; \frac{3}{35}\right)$.
 B. $M(0;1;3)$ hoặc $M\left(\frac{18}{35}; \frac{53}{35}; \frac{3}{35}\right)$.
 C. $M(0;1;-3)$ hoặc $M\left(\frac{8}{35}; \frac{53}{35}; \frac{13}{35}\right)$.
 D. $M(1;1;3)$ hoặc $M\left(\frac{1}{35}; \frac{5}{35}; \frac{3}{35}\right)$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y-z+5=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{3}$. Gọi (β) là mặt phẳng chứa Δ và song song với (α) . Khoảng cách giữa (α) và (β) là.

- A. $d((\alpha), (\beta)) = \frac{3}{14}$.
 B. $d((\alpha), (\beta)) = \frac{9}{14}$.
 C. $d((\alpha), (\beta)) = \frac{9}{\sqrt{14}}$.
 D. $d((\alpha), (\beta)) = \frac{3}{\sqrt{14}}$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{4} = z+3$.

Phương trình mặt phẳng (A, d) là.

- A. $23x+17y-z+14=0$.
 B. $23x+17y+z-60=0$.
 C. $23x-17y-z+14=0$.
 D. $23x-17y+z-14=0$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;0;1), B(0;2;3), C(2;1;0)$. Độ dài đường cao h của tam giác kẻ từ C là.

- A. $h = \frac{\sqrt{26}}{2}$.
 B. $h = \sqrt{26}$.
 C. $h = \frac{\sqrt{26}}{3}$.
 D. $h = 26$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 2y + 26z + 170 = 0$ và song song với hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -5 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = -13 + 2t \end{cases} t \in \mathbb{R}$,

$d': \begin{cases} x = -7 + 3t' \\ y = -1 - 2t' \\ z = 8 \end{cases} t' \in \mathbb{R}$.

- A. $4x+6y+5z+51+5\sqrt{77}=0$.
 B. $4x+6y+5z+51-5\sqrt{77}=0$.
 C. $4x+6y+5z \pm 51 + 5\sqrt{77} = 0$.
 D. $4x+6y+5z+51 \pm 5\sqrt{77} = 0$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng qua $M(0;0;-1)$ và song

song với hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{3}$, $d_2: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 \\ z = -1 + 5t \end{cases} t \in \mathbb{R}$.

- A. $5x-2y-3z-21=0$.
 B. $5x-2y-3z-3=0$.
 C. $5x-2y-3z+3=0$.
 D. $5x-2y-3z+21=0$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-4=0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Xác định tọa độ tâm và bán kính của đường tròn đó.

A. Tâm $H(1;0;2)$, bán kính $r = 4$.B. Tâm $H(3;0;2)$, bán kính $r = 5$.C. Tâm $H(3;0;2)$, bán kính $r = 4$.D. Tâm $H(2;1;2)$, bán kính $r = 3$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;-3)$ và cắt d tại hai điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{26}$.

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 25$.B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 49$.C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 169$.D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 81$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$d': \begin{cases} x = t' \\ y = 1 + t' \\ z = -3 + 2t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa d và d' .

A. $6x - 8y + z + 11 = 0$. B. $6x - 8y + z - 13 = 0$. C. $6x + 8y - z + 11 = 0$. D. $6x - 8y + z + 13 = 0$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$. Xác định điểm M trên trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến Δ bằng OM .

A. $M(-1;0;0)$ hoặc $M(0;2;0)$.B. $M(-1;0;0)$ hoặc $M(2;0;0)$.C. $M(1;0;0)$ hoặc $M(2;0;0)$.D. $M(2;1;0)$ hoặc $M(1;2;0)$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 4 = 0$. Trong các mệnh đề đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. $d // (\alpha)$.B. $d \subset (\alpha)$.C. $d \perp (\alpha)$.D. d cắt (α) .

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1;-2;4), B(-4;-2;0), C(3;-2;1)$ và $D(1;1;1)$. Độ dài đường cao h của tứ diện $ABCD$ kẻ từ đỉnh D là:

A. $h = \frac{1}{2}$.B. $h = 5$.C. $h = 2$.D. $h = 3$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(4;-1;1), B(3;1;-1)$ và chứa trục Ox . Phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) ?

A. $x + y = 0$.B. $x + z = 0$.C. $y + z = 0$.D. $x + y + z = 0$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0), B(1;0;-1), C(0;-1;2)$. Tam giác ABC là:

A. Không phải như các đáp án đã cho.

B. Tam giác cân đỉnh A .C. Tam giác vuông đỉnh A .

D. Tam giác đều.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$ và

$d_2: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. Phương trình đường vuông góc chung của d_1 và d_2 là:

A. $\frac{x-7}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-9}{4}$.B. $\frac{x-7}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{4}$.

C. $\frac{x-7}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{-4}$.

D. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-4}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=2t \\ y=1-t, t \in \mathbb{R} \\ z=2+t \end{cases}$. Phương trình nào

sau đây cũng là phương trình của đường thẳng d ?

A. $\begin{cases} x=4-2t \\ y=-1+t, t \in \mathbb{R} \\ z=4-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-t, t \in \mathbb{R} \\ z=3+t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=4+2t \\ y=1-t, t \in \mathbb{R} \\ z=4+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=2t \\ y=1+t, t \in \mathbb{R} \\ z=2+t \end{cases}$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z = 0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng Δ , bán kính bằng 1 và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 1$.

B. $(x-5)^2 + (y-11)^2 + (z-2)^2 = 1$.

C. $(x-5)^2 + (y-11)^2 + (z-2)^2 = 1$ hoặc $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 1$.

D. $(x+5)^2 + (y+11)^2 + (z+2)^2 = 1$ hoặc $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(5;1;3), B(-5;1;-1), C(1;-3;0), D(3;-6;2)$. Tọa độ của điểm A' đối xứng với A qua $mp(BCD)$ là.

A. $A'(1;-7;-5)$.

B. $A'(1;7;5)$.

C. $A'(1;-7;5)$.

D. $A'(-1;7;5)$.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;0)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d qua A và vuông góc với (P) và tìm tọa độ điểm đối xứng A' của A qua (P) .

A. $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{-z}{1}, A'(-1;1;2)$.

B. $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z}{-1}, A'(-1;-1;2)$.

C. $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z}{1}, A'(1;-1;2)$.

D. $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z}{1}, A'(1;1;2)$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;1;3), B(-1;3;2), C(-1;2;3)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O tới $mp(ABC)$ bằng.

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. 3.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): mx + y + (n-2)z + m + 2 = 0$. Với mọi số thực m, n mặt phẳng (α) luôn đi qua điểm cố định có tọa độ là.

A. $N(2;1;0)$.

B. $M(-1;-2;0)$.

C. $P(1;2;0)$.

D. $Q(0;1;-2)$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;0;1)$ trên đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ là.

A. $M'(0;-2;1)$.

B. $M'(2;2;3)$.

C. $M'(-1;-4;0)$.

D. $M'(1;0;2)$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;1;-1), B(3;0;1), C(2;-1;3)$, điểm D thuộc trục Oy và thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ đỉnh D là.

A. $(0;7;0)$ hoặc $(0;-8;0)$.

B. $(0;-7;0)$ hoặc $(0;8;0)$.

C. $(0;8;0)$.

D. $(0;-7;0)$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Trong ba điểm $O(0;0;0), M(1;2;3), N(2;-1;-1)$ có bao nhiêu điểm thuộc mặt cầu (S) ?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - y - 1 = 0$. Điểm $H(2;-1;-2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O trên mặt phẳng (Q) . Góc φ giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng.

A. $\varphi = 45^\circ$.

B. $\varphi = 30^\circ$.

C. $\varphi = 60^\circ$.

D. $\varphi = 90^\circ$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 6 + 4t \end{cases}$ và

$$d': \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t', t' \in \mathbb{R} \\ z = 20 + t' \end{cases}$$

Giao điểm M của d và d' là.

A. $M(3;-2;1)$.

B. $M(5;-1;20)$.

C. $M(3;7;18)$.

D. $M(-3;-2;6)$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -\frac{9}{5} - t \\ y = 5t \\ z = \frac{7}{5} + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và mặt phẳng

$(P): 3x - 2y + 3z - 1 = 0$. Gọi d' là hình chiếu của d trên (P) . Trong các vector sau, vector nào không phải là vector chỉ phương của d' ?

A. $\vec{a} = (5;51;39)$.

B. $\vec{b} = (5;-51;-39)$.

C. $\vec{c} = (10;-105;-78)$.

D. $\vec{d} = (-5;51;39)$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3), B(3;-1;1)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm A và B là.

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.

B. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}$.

Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;a), B(b;0;0), C(0;c;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $\frac{x}{c} + \frac{y}{b} + \frac{z}{a} = 1$.

B. $\frac{x}{a} + \frac{y}{c} + \frac{z}{b} = 1$.

C. $\frac{x}{b} + \frac{y}{c} + \frac{z}{a} = 1$.

D. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) cắt ba trục Ox, Oy, Oz tại A, B, C ; trọng tâm tam giác ABC là $G(-1;-3;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) là.

A. $2x - 3y - z - 1 = 0$.

B. $x + 3y - 2z + 1 = 0$.

C. $x + y - z - 5 = 0$.

D. $6x + 2y - 3z + 18 = 0$.

Câu 53: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2;-4;3)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α) là.

- A. $d(M,(\alpha))=2$. B. $d(M,(\alpha))=11$. C. $d(M,(\alpha))=1$. D. $d(M,(\alpha))=3$.

Câu 54: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(1;-2;-1), C(1;-1;1)$. Gọi (S) là quỹ tích điểm M sao cho $MA^2 + MB^2 - MC^2 = 9$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. (S) là mặt cầu tâm O bán kính bằng 3. B. (S) là mặt cầu tâm O bán kính bằng 1.
C. (S) là một đường thẳng. D. (S) là một mặt phẳng.

Câu 55: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;3), B(-1;-2;1)$ và $C(-1;0;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) và tính độ dài đường cao h của tam giác ABC kẻ từ đỉnh A .

- A. $(ABC): 2x + y - 2z + 6 = 0, h = \frac{3\sqrt{5}}{5}$. B. $(ABC): 2x - y - 2z + 6 = 0, h = \frac{5\sqrt{3}}{3}$.
C. $(ABC): x + y - 2z + 6 = 0, h = \frac{3}{5}$. D. $(ABC): x + y + 2z + 6 = 0, h = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 56: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=1+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$d_2: \begin{cases} x=1-2t' \\ y=2t' \\ z=3-4t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. d_1 và d_2 cắt nhau. B. d_1 và d_2 song song.
C. d_1 và d_2 chéo nhau. D. d_1 và d_2 trùng nhau.

Câu 57: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + z - 1 = 0$. Mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ tại các điểm:

- A. $(\frac{1}{2}; 0; 0), (0; -\frac{1}{3}; 0), (0; 0; 1)$. B. $(1; 0; 0), (0; 0; 1)$.
C. $(0; \frac{1}{3}; 0), (0; 0; 1)$. D. $(\frac{1}{2}; 0; 0), (0; -\frac{1}{3}; 0)$.

Câu 58: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=2-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Phương trình

đường vuông góc chung của d và trục Ox là

- A. $\begin{cases} x=0 \\ y=t, t \in \mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=0 \\ y=2t, t \in \mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=0 \\ y=2-t, t \in \mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=t \\ y=t, t \in \mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$

Câu 59: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Bán kính của mặt cầu tâm $I(1;3;5)$ và tiếp xúc với

đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=-1-t, t \in \mathbb{R} \\ z=2-t \end{cases}$ là

- A. $R = \sqrt{7}$. B. $R = 7$. C. $R = 14$. D. $R = \sqrt{14}$.

Câu 60: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng d qua M và vuông góc với (P) và phương trình mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ và tiếp xúc với (P) .

$$\text{A. } d: \begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=1+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}, (S): x^2 + y^2 + z^2 = 2.$$

$$\text{B. } d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=1-2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}, (S): x^2 + y^2 + z^2 = 0.$$

$$\text{C. } d: \begin{cases} x=-1+t \\ y=2+2t \\ z=1+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}, (S): x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

$$\text{D. } d: \begin{cases} x=1-t \\ y=-1+2t \\ z=1-2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}, (S): x^2 + y^2 + z^2 = 4.$$

Câu 61: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2;6;-3)$ và các mặt phẳng $(\alpha): x-2=0, (\beta): y-6=0, (\gamma): z+3=0$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A. $(\beta) // (xOz)$. B. $(\gamma) // Oz$. C. $(\alpha) \perp (\beta)$. D. (α) đi qua I .

Câu 62: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;0;1), B(-1;-2;0), C(2;1;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với $mp(ABC)$ có phương trình là.

$$\text{A. } \begin{cases} x = \frac{1}{3} + 5t \\ y = -\frac{1}{3} - 4t \\ z = 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \quad \text{B. } \begin{cases} x = \frac{1}{3} + 5t \\ y = -\frac{1}{3} + 4t \\ z = 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \quad \text{C. } \begin{cases} x = \frac{1}{3} - 5t \\ y = -\frac{1}{3} - 4t \\ z = 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \quad \text{D. } \begin{cases} x = \frac{1}{3} - 5t \\ y = -\frac{1}{3} - 4t \\ z = -3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) ?

- A. $6x + 2y + 3z = 0$. B. $2x + 3y + 6z - 5 = 0$.
C. $6x + 2y + 3z - 55 = 0$. D. $x + 2y + 2z - 7 = 0$.

Câu 64: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;3), B(1;0;-5)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z - 4 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho A, B, M thẳng hàng.

- A. $M(0;1;1)$. B. $M(0;1;0)$. C. $M(0;1;-1)$. D. $M(1;1;1)$.

Câu 65: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-5)$. Gọi M, N, P là hình chiếu của A trên ba trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (MNP) là.

- A. $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1$. B. $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} = 1$. C. $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} + 1 = 0$. D. $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} = 0$.

Câu 66: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): (1+m)x + \sqrt{2}y + (m-1)z + 2m = 0$ (m là tham số thực) và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Tìm tất cả giá trị tham số m để mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) .

- A. $m = -1$. B. $m = 1$ hoặc $m = -1$.
C. $m = \sqrt{2}$ hoặc $m = -\sqrt{2}$. D. $m = \sqrt{2}$.

Câu 67: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có diện tích bằng 6 nằm trong mặt phẳng (α) có phương trình $2x - 2y + z + 5 = 0$. Thể tích hình chóp $S.ABC$ với $S(1;1;1)$ bằng.

- A. 4. B. 8. C. $12\sqrt{2}$. D. $3\sqrt{6}$.

Câu 68: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(6;3;-4)$. Bán kính của mặt cầu (S) tiếp xúc với trục Ox bằng.

- A. $4\sqrt{3}$. B. 4. C. $2\sqrt{3}$. D. 5.

Câu 69: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t, t \in \mathbb{R} \\ z=3+t \end{cases}$. Phương trình nào

sau đây cũng là phương trình của d ?

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t, t \in \mathbb{R} \\ z=3-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t, t \in \mathbb{R} \\ z=3+t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=2t \\ y=1-t, t \in \mathbb{R} \\ z=2+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=3+4t \\ y=1-2t, t \in \mathbb{R} \\ z=4+2t \end{cases}$

Câu 70: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-11=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-8=0$. Tìm tọa độ tiếp điểm M của (P) và (S) .

A. $M(2;1;3)$. B. $M(3;1;2)$. C. $M(1;2;3)$. D. $M(3;2;1)$.

Câu 71: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$ và trọng tâm $G(0;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm C và vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t, t \in \mathbb{R} \\ z=4t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=3+t, t \in \mathbb{R} \\ z=4 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=3+t, t \in \mathbb{R} \\ z=-4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=3-t, t \in \mathbb{R} \\ z=-4 \end{cases}$

Câu 72: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BB' . Côsin của góc giữa hai đường thẳng MN và AC' là.

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 73: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho biết ba đỉnh của một hình bình hành có tọa độ là $(1;1;1), (2;3;4), (6;5;2)$. Diện tích S của hình bình hành đó bằng.

A. $S = \frac{\sqrt{83}}{2}$. B. $S = 2\sqrt{83}$. C. $S = 83$. D. $S = \sqrt{83}$.

Câu 74: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=-5+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$d': \begin{cases} x=0 \\ y=4-2t', t' \in \mathbb{R} \\ z=5+3t' \end{cases}$. Phương trình đường vuông góc chung của d và d' là.

A. $\frac{x-4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{2}$. B. $\frac{x-4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{2}$. C. $\begin{cases} x=4-t \\ y=3t \\ z=-2+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. D. $\begin{cases} x=4+2t \\ y=3t \\ z=-2+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Câu 75: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-2z+10=0$ và điểm $I(2;1;3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I cắt (P) theo một đường tròn có bán kính bằng 4.

A. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 25$. B. $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 16$.
C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 16$. D. $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 25$.

Câu 76: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Phương trình mặt phẳng chứa trục Oy và điểm $Q(1;4;-3)$ là.

A. $3x-z=0$. B. $3x+z=0$. C. $x+3z=0$. D. $3x+y=0$.

Câu 77: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;-1;6), B(-3;-1;-4), C(5;-1;0), D(1;2;1)$. Thể tích V của tứ diện $ABCD$ bằng:

- A. $V = 60$. B. $V = 40$. C. $V = 50$. D. $V = 30$.

Câu 78: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;1;1)$. Mặt phẳng qua G và vuông góc với đường thẳng OG có phương trình là.

- A. $x + y - z - 3 = 0$. B. $x + y + z - 3 = 0$. C. $x + y + z = 0$. D. $x - y + z + 3 = 0$.

Câu 79: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;0), B(1;1;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB và phương trình mặt cầu (S) có tâm O , tiếp xúc với $mp(P)$.

- A. $(P): x - y + z - 1 = 0, (S): x^2 + y^2 + z^2 = 2$.
 B. $(P): 2x + 2y + 2z - 7 = 0, (S): x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{9}$.
 C. $(P): 2x - 2y + 2z - 1 = 0, (S): x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{12}$.
 D. $(P): 2x + 2y + 2z - 1 = 0, (S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Câu 80: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;3;1), N(5;6;-2)$. Đường thẳng MN cắt $mp(Oxz)$ tại điểm A . Điểm A chia đoạn MN theo tỉ số.

- A. -2 . B. 2 . C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 81: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3;0;0), B(0;-6;0), C(0;0;6)$ và $mp(\alpha): x + y + z - 4 = 0$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của trọng tâm tam giác ABC trên $mp(\alpha)$ là.

- A. $M(2;1;3)$. B. $K(2;-1;-3)$. C. $N(-2;-1;3)$. D. $H(2;-1;3)$.

Câu 82: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Gọi d là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với

trục Ox và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - 3t \end{cases}$. Phương trình của đường thẳng d là.

- A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -3t, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = t \\ y = -3t, t \in \mathbb{R} \\ z = -t \end{cases}$. C. $\frac{x}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-1}$. D. $\begin{cases} x = t \\ y = 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = -t \end{cases}$.

Câu 83: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 5y + 4z - 36 = 0$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của A trên (P) . Viết phương trình mặt cầu tâm I và đi qua A .

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-6)^2 = 45$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+6)^2 = 9$.
 C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+6)^2 = 20$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-6)^2 = 4$.

Câu 84: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(1;-1;2)$. Viết phương trình đường thẳng cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN .

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{2}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$.
 C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{2}$. D. $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 85: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;3;5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x+3y+z-17=0$. Tìm tọa độ giao điểm H của (d) với Oz .

- A. $H(4;0;-2)$. B. $H(0;0;1)$. C. $H(1;3;2)$. D. $H(0;0;4)$.

Câu 86: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t, t \in \mathbb{R} \\ z=3-t \end{cases}$ và

$d': \begin{cases} x=1+2t' \\ y=-1+2t', t' \in \mathbb{R} \\ z=2-2t' \end{cases}$. Trong các mệnh đề đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

- A. $d \equiv d'$. B. $d // d'$. C. d cắt d' . D. d chéo với d' .

Câu 87: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1}$ và

$d_2: \begin{cases} x=t \\ y=-t, t \in \mathbb{R} \\ z=2 \end{cases}$. Đường thẳng đi qua điểm $A(0;1;1)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là.

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{4}$. B. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{4}$. C. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$. D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

Câu 88: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): m^2x - y + (m^2 - 2)z + 2 = 0$ và $(\beta): 2x + m^2y - 2z + 1 = 0$ (m là tham số thực). $mp(\alpha)$ vuông góc với $mp(\beta)$ khi.

- A. $|m|=1$. B. $|m|=2$. C. $|m|=\sqrt{2}$. D. $|m|=\sqrt{3}$.

Câu 89: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;0;2), B(3;0;5), C(1;1;0), D(4;1;2)$. Độ dài đường cao h của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) là

- A. $h=\sqrt{11}$. B. $h=1$. C. $h=11$. D. $h=\frac{\sqrt{11}}{11}$.

Câu 90: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x+3y-2z-1=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x-4y-2z-11=0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C) . Tìm tọa độ tâm và bán kính của (C) .

- A. Tâm $H\left(\frac{3}{7}; \frac{5}{7}; \frac{1}{7}\right)$, bán kính $r=5$. B. Tâm $H(3;2;1)$, bán kính $r=5$.
C. Tâm $H\left(\frac{3}{7}; \frac{5}{7}; \frac{3}{7}\right)$, bán kính $r=4$. D. Tâm $H\left(\frac{3}{7}; \frac{5}{7}; \frac{13}{7}\right)$, bán kính $r=4$.

Câu 91: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Gọi I là giao điểm của Δ và (P) . Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho MI vuông góc với Δ và $MI=4\sqrt{14}$.

- A. $M(5;9;-11)$ hoặc $M(-3;-7;13)$. B. $M(5;9;11)$ hoặc $M(-3;-7;13)$.
C. $M(5;9;-11)$ hoặc $M(3;7;13)$. D. $M(5;-9;11)$ hoặc $M(3;7;-13)$.

Câu 92: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t, t \in \mathbb{R} \\ z=1+2t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(\alpha): x+3y+z+1=0$. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng ?

- A. $d \subset (\alpha)$. B. $d // (\alpha)$. C. $d \perp (\alpha)$. D. d cắt (α) .

Câu 93: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;3), M(1;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại B, C sao cho tam giác ABC có trọng tâm thuộc đường thẳng AM .

- A. $2x+3y+4z-12=0$. B. $6x-3y-4z+12=0$.
C. $3x+4y+5z-6=0$. D. $6x+3y+4z-12=0$.

Câu 94: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz) . Phương trình mặt cầu (S) là.

- A. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=2$. B. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$.
C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=1$. D. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=4$.

Câu 95: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình tham số:

$\begin{cases} x=2-t \\ y=1+t, t \in \mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của d ?

- A. $x-2=y-1=z-1$. B. $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$. C. $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$. D. $x+2=y+1=z+1$.

Câu 96: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x+4y-6z-5=0, (Q): x+2y-3z=0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

- A. $mp(Q)$ không đi qua A và không song song với $mp(P)$.
B. $mp(Q)$ đi qua A và song song với $mp(P)$.
C. $mp(Q)$ không đi qua A và song song với $mp(P)$.
D. $mp(Q)$ đi qua A và không song song với $mp(P)$.

Câu 97: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-1)$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với d . Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của A trên d .

- A. $(P): x+y-z-3=0, H\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. B. $(P): x+2y-z+3=0, H\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.
C. $(P): 2x+2y+z-3=0, H\left(\frac{5}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $(P): 2x+2y-z-3=0, H\left(\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

Câu 98: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=5+2t \\ y=1-t, t \in \mathbb{R} \\ z=5-t \end{cases}$ và

$d_2: \begin{cases} x=9-2t' \\ y=t', t' \in \mathbb{R} \\ z=-2+t' \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là.

- A. $3x+5y+z-25=0$. B. $3x-5y+z-25=0$. C. $3x-5y-z+25=0$. D. $x+y+z-2=0$.

Câu 99: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z}{2}$ và $mp(P): x-2y+2z-1=0$. Mặt phẳng chứa d và vuông góc với $mp(P)$ có phương trình là.

- A. $2x+2y+z-8=0$. B. $2x-2y+z+8=0$. C. $2x-2y+z-8=0$. D. $2x+y-2z-8=0$.

Câu 100: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;2), B(-1;2;4)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Điểm $M \in \Delta$ mà $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất có tọa độ là.

- A. $M(1;0;-4)$. B. $M(0;-1;4)$. C. $M(1;0;4)$. D. $M(-1;0;4)$.

Câu 101: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -8 + 4t \\ y = 5 - 2t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và điểm

$A(3;-2;5)$. Hình chiếu vuông góc của A trên d là.

- A. $J(4;-1;-3)$. B. $H(4;-1;3)$. C. $K(-4;-1;3)$. D. $I(-4;1;-3)$.

Câu 102: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$,

$d_2: \begin{cases} x = 1 + 2s \\ y = 2 + 2s \\ z = -s \end{cases}, s \in \mathbb{R}$. Xét vị trí tương đối giữa d_1 và d_2 .

- A. d_1 và d_2 chéo nhau. B. d_1 và d_2 song song nhau.
C. d_1 và d_2 cắt nhau. D. d_1 và d_2 vuông góc nhau.

Câu 103: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $|\vec{u}|=2, |\vec{v}|=1, (\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{3}$. Góc φ giữa vector \vec{v} và vector $\vec{u} - \vec{v}$ bằng.

- A. $\varphi = 60^\circ$. B. $\varphi = 30^\circ$. C. $\varphi = 90^\circ$. D. $\varphi = 45^\circ$.

Câu 104: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;3;-4)$ và tiếp xúc với trục Oy . Bán kính R của mặt cầu (S) bằng.

- A. $R = \frac{5}{2}$. B. $R = 5$. C. $R = \sqrt{5}$. D. $R = 4$.

Câu 105: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0), N(0;-3;0), P(0;0;4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ của điểm Q là.

- A. $Q(-2;-3;4)$. B. $Q(3;2;4)$. C. $Q(2;3;4)$. D. $Q(4;3;2)$.

Câu 106: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1); B(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của A trên (P) . Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với (P)

- A. $H(1;1;1), (Q): 10x+2y+3z-15=0$. B. $H(1;-1;1), (Q): 10x-2y+3z-15=0$.
C. $H(1;-1;-1), (Q): x-y+z-1=0$. D. $H(-1;1;1), (Q): 4x-2y+z+5=0$.

Câu 107: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): 2x+y+z+3=0, (Q): x-y-z-1=0$ và $(R): y-z+2=0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $(P) \perp (R)$.
B. Không có điểm nào cùng thuộc ba mặt phẳng trên.

C. $(P) \perp (Q)$.

D. $(Q) \perp (R)$.

Câu 108: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-4)$ và $B(-1;2;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là.

A. $4x + 2y + 12z - 17 = 0$.

B. $4x + 2y - 12z - 17 = 0$.

C. $4x - 2y - 12z - 17 = 0$.

D. $4x - 2y + 12z + 17 = 0$.

Câu 109: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1), B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 7 = 0$. Đường thẳng d nằm trên $mp(P)$ sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là.

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 2t \end{cases}$

Câu 110: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{3}$. Tìm giao điểm M của d và (P) . Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (P) .

A. $M\left(\frac{7}{2}; -3; \frac{3}{2}\right), (Q): x + 8y + 5z + 13 = 0$.

B. $M\left(\frac{7}{2}; 3; \frac{3}{2}\right), (Q): x - 8y + 5z + 13 = 0$.

C. $M\left(\frac{1}{2}; -3; \frac{1}{2}\right), (Q): x + 8y + 5z - 3 = 0$.

D. $M(7; 3; 2), (Q): x + y + z + 1 = 0$.

Câu 111: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 5y - z - 2 = 0$ là.

A. $M(1; 1; 6)$.

B. $M(12; 9; 1)$.

C. $M(1; 0; 1)$.

D. $M(0; 0; -2)$.

Câu 112: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4z + 12 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$. Khi đó.

A. $mp(P)$ đi qua tâm của mặt cầu (S) .B. $mp(P)$ cắt (S) theo một đường tròn.C. $mp(P)$ tiếp xúc mặt cầu (S) .D. $mp(P)$ không cắt (S) .

Câu 113: Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 0; 1)$ trên đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ là.

A. $M'(2; 2; 3)$.

B. $M'(0; -2; 1)$.

C. $M'(-1; 4; 0)$.

D. $M'(1; 0; 2)$.

Câu 114: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 3; -2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 5 = 0$. Tính khoảng cách từ A đến (P) và viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với (P) .

A. $d(A, (P)) = 2, (Q): x - 2y + 2z + 3 = 0$.

B. $d(A, (P)) = \frac{1}{3}, (Q): x + 2y - 2z + 3 = 0$.

C. $d(A, (P)) = \frac{2}{3}, (Q): x - 2y - 2z + 3 = 0$.

D. $d(A, (P)) = \frac{4}{3}, (Q): x - y - z + 3 = 0$.

Câu 115: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; -1; -2); B(0; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của A trên (P) và viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với (P) .

A. $H\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right), (Q): x - 2y + z + 1 = 0$.

B. $H\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right), (Q): x - y + z + 1 = 0.$

C. $H\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right), (Q): 2x - 2y + 2z + 1 = 0.$ B. $H\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right), (Q): x - 2y - z - 1 = 0.$

Câu 116: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) .

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=-1-t, t \in \mathbb{R} \\ z=0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=0 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$ C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t, t \in \mathbb{R} \\ z=0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+t, t \in \mathbb{R} \\ z=0 \end{cases}$

Câu 117: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình của đường thẳng là giao tuyến hai mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 3 = 0$ và $(Q): x + y + z - 1 = 0$.

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{1}.$ B. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}.$
C. $\frac{x}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}.$ D. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}.$

Câu 118: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 1), B(-1; 2; 3)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A , vuông góc với hai đường thẳng AB và Δ .

A. $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{4}.$ B. $\frac{x-1}{7} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{4}.$ C. $\frac{x-1}{7} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{4}.$ D. $\frac{x-1}{7} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{-4}.$

Câu 119: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{1}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua O và M và viết phương trình mặt cầu (S) tâm A và đi qua O .

A. $OA: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}, (S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 9.$
B. $OA: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}, (S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9.$
C. $OA: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}, (S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9.$
D. $OA: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}, (S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4.$

Câu 120: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) có phương trình là.

A. $4x + 3y - 12z + 78 = 0.$
B. $4x + 3y - 12z - 78 = 0$ hoặc $4x + 3y - 12z + 26 = 0.$
C. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$ hoặc $4x + 3y - 12z - 26 = 0.$
D. $4x + 3y - 12z + 26 = 0.$

Câu 121: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 1)$ và $D(-2; 1; -1)$. Thể tích V của tứ diện $ABCD$ là.

- A. $V = 1$. B. $V = 2$. C. $V = \frac{1}{3}$. D. $V = \frac{1}{2}$.

Câu 122: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0, (\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng qua gốc tọa độ O , đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là.

- A. $2x + y - 2z + 1 = 0$. B. $2x - y + 2z = 0$. C. $2x + y - 2z = 0$. D. $2x - y - 2z = 0$.

Câu 123: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$,

$d_2: \begin{cases} x=1+2s \\ y=2+2s \\ z=-s \end{cases}, s \in \mathbb{R}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng d_1, d_2 .

- A. $y + 2z - 2 = 0$. B. $x + 2y - 2 = 0$. C. $x + 2z - 2 = 0$. D. $x + y + 2z - 2 = 0$.

Câu 124: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z = 0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P) vuông góc với d tại giao điểm của d và (P) . Viết phương trình đường thẳng Δ .

- A. $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-2+t \\ z=1-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. B. $\Delta: \begin{cases} x=1-t \\ y=2 \\ z=t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

- C. $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. D. $\Delta: \begin{cases} x=1-t \\ y=-2 \\ z=-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Câu 125: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;1), B(1;3;5), C(1;1;4), D(2;3;2)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $AB \perp IJ$. B. $CD \perp IJ$.
C. $IJ \perp (ABC)$. D. AB, CD có chung trung điểm.

Câu 126: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$ và hai điểm $A(1; -1; 2), B(2; -1; 0)$. Xác định tọa độ điểm M thuộc d sao cho tam giác AMB vuông tại M .

- A. $M(1; -1; 0)$ hoặc $M(\frac{7}{3}; \frac{5}{3}; \frac{2}{3})$. B. $M(1; -1; 0)$ hoặc $M(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{2}{3})$.
C. $M(1; 1; 0)$ hoặc $M(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{2}{3})$. D. $M(1; -1; 1)$ hoặc $M(\frac{1}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{2}{3})$.

Câu 127: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-t \\ z=1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

và $d': \frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$ là.

- A. $d(d, d') = \sqrt{2}$. B. $d(d, d') = \frac{1}{\sqrt{6}}$. C. $d(d, d') = \frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $d(d, d') = \sqrt{6}$.

Câu 128: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;1), B(1;2;1), C(1;1;2)$ và $D(2;2;1)$. Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có tọa độ.

- A. $I\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $I(3; -3; 3)$. C. $I(3; 3; 3)$. D. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 129: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ và điểm $I(0;0;3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I .

- A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 = \frac{8}{3}$. B. $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{8}{3}$.
C. $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8$. D. $(S): x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 2$.

Câu 130: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x = 1 - \frac{3}{2}t \\ y = t \\ z = -2 - \frac{1}{2}mt \end{cases}, t \in \mathbb{R} \text{ nằm trong mặt phẳng } (\alpha): 2x - y - 2z - 6 = 0.$$

- A. $m = 4$. B. $m = 4$ và $m = -2$. C. $m = 2$. D. $m = -4$.

Câu 131: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 + 6t \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \text{ Khẳng định nào sau đây đúng?}$$

- A. d_1, d_2 cắt nhau. B. $d_1 // d_2$. C. d_1, d_2 chéo nhau. D. d_1, d_2 trùng nhau.

Câu 132: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2;-3)$. Gọi M_1, M_2, M_3 lần lượt là điểm đối xứng của M qua các mặt phẳng $(Oxy), (Oxz), (Oyz)$. Phương trình mặt phẳng $(M_1M_2M_3)$ là.

- A. $6x + 2y + 3z + 6 = 0$. B. $6x - 3y - 2z + 6 = 0$. C. $6x - 3y + 2z + 6 = 0$. D. $6x - 2y + 3z + 6 = 0$.

Câu 133: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-6}{-3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và điểm $A(1;7;3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ sao cho $AM = 2\sqrt{30}$.

- A. $M(3; -3; -1)$. B. $M(3; -3; -1)$ hoặc $M\left(\frac{51}{7}; -\frac{1}{7}; -\frac{17}{7}\right)$.
C. $M(3; 3; 1)$ hoặc $M\left(\frac{51}{7}; -\frac{1}{7}; \frac{17}{7}\right)$. D. $M\left(\frac{51}{7}; -\frac{1}{7}; -\frac{17}{7}\right)$.

Câu 134: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox .

- A. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. B. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

$$\text{C. } \Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + 3t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$

$$\text{D. } \Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 1 - 3t \end{cases}$$

Câu 135: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình mặt phẳng (ABC) ?

A. $6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

B. $6x + 3y + 2z + 6 = 0$.

C. $12x + 6y + 4z - 12 = 0$.

D. $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 136: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2y + z = 0$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $Ox \subset (\alpha)$.

B. $(\alpha) // Ox$.

C. $(\alpha) // Oy$.

D. $(\alpha) // (yOz)$.

Câu 137: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+5}{-2}$ và hai điểm

$A(-2;1;1), B(-3;-1;2)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ sao cho tam giác MAB có diện tích bằng $3\sqrt{5}$.

A. $M(-2;1;-5)$ hoặc $M(-14;-35;19)$.

B. $M(-2;1;-5)$ hoặc $M(-14;35;19)$.

C. $M(2;1;-5)$ hoặc $M(-14;-35;19)$.

D. $M(2;1;5)$ hoặc $M(14;35;19)$.

Câu 138: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;1), B(0;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = 3$.

A. $M(0;1;3)$ hoặc $M\left(-\frac{6}{7}; \frac{4}{7}; \frac{12}{7}\right)$.

B. $M(0;1;3)$ hoặc $M\left(\frac{6}{7}; \frac{4}{7}; \frac{12}{7}\right)$.

C. $M(1;0;3)$ hoặc $M\left(-\frac{6}{7}; \frac{4}{7}; \frac{12}{7}\right)$.

D. $M(3;0;1)$ hoặc $M\left(\frac{2}{7}; \frac{3}{7}; \frac{4}{7}\right)$.

Câu 139: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3), B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 4 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có bán kính bằng $\frac{AB}{6}$, có tâm thuộc đường thẳng AB và (S) tiếp xúc với (P) .

A. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z+4)^2 = \frac{1}{3}$ hoặc $(x-6)^2 + (y-5)^2 + (z-4)^2 = \frac{1}{3}$.

B. $(x+6)^2 + (y-5)^2 + (z+4)^2 = \frac{1}{3}$.

C. $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \frac{1}{3}$.

D. $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \frac{1}{3}$ hoặc $(x+6)^2 + (y-5)^2 + (z+4)^2 = \frac{1}{3}$.

Câu 140: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và $(Q): x - y + z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) vuông góc với (P) và (Q) sao cho khoảng cách từ O đến (R) bằng 2.

A. $x - z \pm 2\sqrt{2} = 0$.

B. $y - z - 2\sqrt{2} = 0$.

C. $x - y \pm 2\sqrt{2} = 0$.

D. $x - z + 2\sqrt{2} = 0$.

Câu 141: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$\Delta_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$. Xác định tọa độ điểm M thuộc Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_2 bằng 1.

- A. $M(4;1;4)$ hoặc $M(7;4;4)$. B. $M(4;1;4)$ hoặc $M(1;4;4)$.
C. $M(4;7;4)$ hoặc $M(7;4;4)$. D. $M(7;4;4)$ hoặc $M(1;1;7)$.

Câu 142: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{2}$ và

$d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{2}$. Khoảng cách giữa d_1 và d_2 bằng.

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $4\sqrt{2}$. D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Câu 143: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+z=0$. Gọi C là giao điểm của Δ và (P) , M là điểm thuộc (P) . Tính khoảng cách từ M đến (P) , biết $MC = \sqrt{6}$.

- A. $d(M, (P)) = \frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $d(M, (P)) = \frac{\sqrt{6}}{6}$. C. $d(M, (P)) = \frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $d(M, (P)) = \frac{\sqrt{7}}{7}$.

Câu 144: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1), B(-1;0;4), C(0;-2;-1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC ?

- A. $x-2y-5z=0$. B. $x-2y-5z-5=0$. C. $x-2y+5z-5=0$. D. $x-2y-5z+5=0$.

Câu 145: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-3z+4=0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ .

- A. $\begin{cases} x=-3+t \\ y=1-t \\ z=1-2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. B. $\begin{cases} x=3+t \\ y=1-2t \\ z=t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. C. $\begin{cases} x=-3+t \\ y=1+2t \\ z=1+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. D. $\begin{cases} x=-3+t \\ y=1-2t \\ z=1-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Câu 146: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y-3z+14=0$ và điểm $M(1;-1;1)$. Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua $mp(P)$ là.

- A. $M'(2;-1;1)$. B. $M'(2;-3;-2)$. C. $M'(1;-3;7)$. D. $M'(-1;3;7)$.

Câu 147: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;0), B(1;2;2), C(1;1;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-20=0$. Xác định điểm D thuộc AB sao cho đường thẳng CD song song với mặt phẳng (P) .

- A. $D\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$. B. $D\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. C. $D(5;2;-1)$. D. $D\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 148: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và mặt

phẳng $(P): x+y+2z-1=0$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. Góc giữa d và (P) bằng 45° . B. d song song với (P) .

C. d nằm trong (P) .D. d vuông góc với (P) .

Câu 149: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song $(\alpha): x + y - z + 5 = 0$ và $(\beta): 2x + 2y - 2z + 3 = 0$. Khoảng cách giữa (α) và (β) là.

A. $d((\alpha), (\beta)) = \frac{7}{2}$. B. $d((\alpha), (\beta)) = \frac{7\sqrt{3}}{6}$. C. $d((\alpha), (\beta)) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $d((\alpha), (\beta)) = 2$.

Câu 150: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \text{ Hình chiếu của } A \text{ trên đường thẳng } d \text{ có tọa độ là.}$$

A. $(2;3;1)$.

B. $(2;-3;1)$.

C. $(-2;3;1)$.

D. $(2;-3;-1)$.

Câu 151: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (γ) là mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;-5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0, (\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình của mặt phẳng (γ) là.

A. $2x + y - 2z - 15 = 0$. B. $x + y + z + 3 = 0$. C. $2x + y - 2z - 16 = 0$. D. $2x + y - 2z + 15 = 0$.

Câu 152: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = 3 \\ z = t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}. \text{ Phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng } d_1, d_2 \text{ có phương trình là.}$$

A. $x + 5y - 2z - 12 = 0$. B. $x - 5y + 2z - 12 = 0$. C. $x + 5y + 2z - 12 = 0$. D. $x + 5y + 2z + 12 = 0$.

Câu 153: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;2;1), B\left(-\frac{7}{3}; -\frac{10}{3}; \frac{11}{3}\right)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Xác định tọa độ của tiếp điểm H của mặt phẳng trung trực của đoạn AB và mặt cầu (S) .

A. $H\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{11}{3}\right)$. B. $H\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{11}{3}\right)$. C. $H\left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{11}{3}\right)$. D. $H\left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; -\frac{11}{3}\right)$.

Câu 154: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-2;-2), B(3;2;0), C(0;2;1)$ và $D(-1;1;2)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mp (BCD) .

A. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 15$.

B. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 14$.

C. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 16$.

D. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 17$.

Câu 155: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;1;0)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{1}. \text{ Tìm tọa độ điểm } M \text{ thuộc } d \text{ sao cho độ dài } AM \text{ bằng } \sqrt{6}.$$

A. $M(1;1;0)$ hay $M(0;2;2)$.

B. $M(1;0;-1)$ hay $M(0;2;-2)$.

C. $M(-1;0;-1)$ hay $M(-2;0;-2)$.

D. $M(1;0;1)$ hay $M(2;0;2)$.

Câu 156: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và mặt phẳng $(Q): x + 3y - z - 27 = 0$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua (Q) .

- A. $M'(6;13;-4)$. B. $M'(13;6;-4)$. C. $M'(13;-4;6)$. D. $M'(6;3;4)$.

Câu 157: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z+1=0$ và điểm $A(1;0;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và khoảng cách từ điểm A đến (Q) bằng $\sqrt{6}$.

- A. $x+2y+z-10=0$ và $x+2y+z+2=0$. B. $x+2y+z+10=0$ và $x+2y+z-2=0$.
C. $x+2y+z-10=0$. D. $x+2y+z-2=0$.

Câu 158: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+9=0$. Biết rằng (P) cắt (S) . Tìm tâm và bán kính của đường tròn thiết diện của (P) và (S) .

- A. Tâm $J(1;-2;-3)$, bán kính $r=4$. B. Tâm $J(-1;2;3)$, bán kính $r=2\sqrt{2}$.
C. Tâm $J(1;2;3)$, bán kính $r=7$. D. Tâm $J(-1;2;3)$, bán kính $r=8$.

Câu 159: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;5)$ và $B(0;0;1)$. Mặt phẳng (P) chứa A, B và song song với Oy có phương trình là.

- A. $y+4z-1=0$. B. $2x+z-5=0$. C. $4x-z+1=0$. D. $4x+y-z+1=0$.

Câu 160: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z=0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại điểm $A(3;4;3)$ có phương trình.

- A. $2x+2y+z-17=0$. B. $2x+2y+2z-17=0$.
C. $2x+4y+z-17=0$. D. $x+y+z-17=0$.

Câu 161: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+mt \\ y=t \\ z=-1+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$d': \begin{cases} x=1-t' \\ y=2+2t' \\ z=3-t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để d cắt d' .

- A. $m=2$. B. $m=-1$. C. $m=0$. D. $m=1$.

Câu 162: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S): (x-5)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua tâm của mặt cầu (S) và vuông góc với (P) và xác định tọa độ giao điểm M của d và (P) .

- A. $d: \frac{x-5}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{2}, M(3;0;3)$. B. $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-2}{1}, M(3;1;3)$.
C. $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{-1}, M(3;3;3)$. D. $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{-1}, M(3;0;3)$.

Câu 163: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+3y+z+1=0$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=2-3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Tọa độ giao điểm A của d và (α) là.

- A. $A(3;-4;0)$. B. $A(-3;0;4)$. C. $A(3;0;4)$. D. $A(3;0;-4)$.

Câu 164: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Phương trình $mp(P)$ chứa trục Oy và điểm $M(1;-1;1)$ là.

- A. $x-y=0$. B. $x+y=0$. C. $x-z=0$. D. $x+z=0$.

Câu 165: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với a, b, c là những số dương thay đổi sao cho $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$. Mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định có tọa độ là.

- A. $(1;1;1)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. C. $(2;2;2)$. D. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 166: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = t \\ y = -1, t \in \mathbb{R} \\ z = -t \end{cases}$ và hai mặt phẳng

$(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$, $(Q): x + 2y + 2z + 7 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc (d) và tiếp xúc với (P) , (Q) .

- A. $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$. B. $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{9}$.
C. $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{9}$. D. $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{9}$.

Câu 167: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1+t, t \in \mathbb{R} \\ z = -1+t \end{cases}$ và hai mặt phẳng

$(P): x - y + z + 1 = 0$ và $(Q): 2x + y - z - 4 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $d // (P)$. B. $d \perp (P), d \perp (Q)$. C. $d // (Q)$. D. $d = (P) \cap (Q)$.

Câu 168: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$, $mp(\alpha): x + y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua A , cắt d và song song với $mp(\alpha)$ có phương trình là.

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 169: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình các mặt phẳng chứa hai điểm $A(1;0;0), B(0;-2;3)$ và cách điểm $M(1;1;1)$ một khoảng bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

- A. $x + y + z - 1 = 0$ và $23x - 37y - 17z - 23 = 0$. B. $x + y + z - 1 = 0$ và $2x - 3y - 7z - 23 = 0$.
C. $x + 2y + z - 1 = 0$ và $23x - 37y - 17z - 23 = 0$. D. $2x + 3y + z + 1 = 0$ và $3x - y + z - 3 = 0$.

Câu 170: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-1;-1)$ đến mặt phẳng $(\alpha): 16x - 12y - 15z - 4 = 0$. Độ dài của đoạn AH là.

- A. $AH = \frac{11}{25}$. B. $AH = \frac{22}{5}$. C. $AH = 55$. D. $AH = \frac{11}{5}$.

Câu 171: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình tham số:

$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -3 + 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của d ?

- A. $x - 2 = y = z + 3$. B. $x + 2 = y = z - 3$. C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-3}{5}$. D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$.

Câu 172: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0), B(0;2;0), C(0;0;2), D(2;2;2)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có bán kính bằng.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. 3. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 173: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu tâm $I(4;2;-2)$ bán kính R tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 12x - 5z - 19 = 0$. Bán kính R bằng.

- A. $R = 3$. B. $R = \frac{39}{\sqrt{13}}$. C. $R = 13$. D. $R = 39$.

Câu 174: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 4z - 1 = 0$. Mặt cầu nào trong các mặt cầu sau đây không cắt mặt phẳng (P) ?

- A. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 1$. B. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = \frac{4}{25}$.
C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = \frac{1}{25}$. D. $x^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 5$.

Câu 175: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 4z - 1 = 0$. Mặt cầu nào trong các mặt cầu sau đây tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

- A. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 1$. B. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 1$.
C. $x^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 1$. D. $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 1$.

Câu 176: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Tìm tọa độ điểm đối xứng A' của A qua d .

- A. $A'(2;-3;5)$. B. $A'(2;3;5)$. C. $A'(1;2;3)$. D. $A'(3;5;2)$.

Câu 177: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2(x+y+z) - 22 = 0$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 6z + 14 = 0$. Khoảng cách d từ tâm I của mặt cầu (S) tới mặt phẳng (P) là.

- A. $d = 3$. B. $d = 4$. C. $d = 2$. D. $d = 1$.

ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 6

HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
A																	
B																	
C																	
D																	

PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A																				
B																				
C																				
D																				

	61	62	63	64	65
A					
B					
C					
D					

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
A																					
B																					
C																					
D																					

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
A																					
B																					
C																					
D																					

	41	42	43	44	45
A					
B					
C					
D					

PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU MẶT CẦU

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
A																					
B																					
C																					
D																					

	21	22	23	24	25	26	27	28
A								
B								
C								
D								

ÔN TẬP
PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
A																					
B																					
C																					
D																					

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
A																					
B																					
C																					
D																					

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A																				
B																				
C																				
D																				

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A																				
B																				
C																				
D																				

	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
A																				
B																				
C																				
D																				

	10 1	10 2	10 3	10 4	10 5	10 6	10 7	10 8	10 9	11 0	11 1	11 2	11 3	11 4	11 5	11 6	11 7	11 8	11 9	12 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	12 1	12 2	12 3	12 4	12 5	12 6	12 7	12 8	12 9	13 0	13 1	13 2	13 3	13 4	13 5	13 6	13 7	13 8	13 9	14 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	14 1	14 2	14 3	14 4	14 5	14 6	14 7	14 8	14 9	15 0	15 1	15 2	15 3	15 4	15 5	15 6	15 7	15 8	15 9	16 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177
A																	
B																	
C																	
D																	