

Họ, tên thí sinh.

Số báo danh.

Câu 1: Tìm môđun của số phức $w = (1+z)\bar{z}$ biết rằng số phức z thỏa mãn biểu thức:

$$(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i.$$

- A. $|w| = 2$. B. $|w| = \sqrt{10}$. C. $|w| = \sqrt{8}$. D. $|w| = \sqrt{2}$.

(TTLT ĐH DIỆU HIỀN_CẦN THO).

Hướng dẫn giải

Ta có

$$(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i \Leftrightarrow (3+2i)z = 4+i - (2-i)^2 \Leftrightarrow (3+2i)z = 1+5i \Leftrightarrow z = \frac{1+5i}{3+2i}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{(1+5i)(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)} \Leftrightarrow z = 1+i$$

$$\text{Khi đó } w = (1+z)\bar{z} = (1+1+i)(1-i) = 3-i \Rightarrow |w| = \sqrt{10}$$

Chọn B.

Câu 2: Cho số phức $z = 2-3i$. Tìm môđun của số phức $w = (1+i)z - \bar{z}$.

- A. $|w| = 3$. B. $|w| = 5$. C. $|w| = -4$. D. $|w| = \sqrt{7}$.

(TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN_HÀ NỘI).

Hướng dẫn giải.

$$\text{Ta có } w = (1+i)(2-3i) - (2+3i) = 3-4i \Rightarrow |w| = 5.$$

Chọn B.

Câu 3: Cho số phức $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(2+i)z - (3+5i) = 4-4i$. Tính tổng $P = a+b$.

- A. $P = -\frac{26}{5}$ B. $P = \frac{8}{3}$ C. $P = 4$ D. $P = 2$

(TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN_HÀ NỘI).

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } (2+i)z - (3+5i) = 4-4i \Leftrightarrow z = \frac{4-4i+(3+5i)}{2+i} = 3-i \Rightarrow a=3, b=-1.$$

$$\text{Do đó } P = 2.$$

Chọn D

Câu 4: Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Tính giá trị $P = z_1^{2017} + z_2^{2017}$

- A. $P = 1$. B. $P = -1$. C. $P = 0$. D. $P = 2$.

(TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN_HÀ NỘI).

Hướng dẫn giải

Ta có: $z_1^2 + z_1 + 1 = 0 \Rightarrow z_1^3 - 1 = 0 \Rightarrow z_1^3 = 1 \Rightarrow z_1^{2016} = 1 \Rightarrow z_1^{2017} = z_1$

Chúng minh tương tự: $z_2^{2017} = z_2$

$\Rightarrow P = z_1 + z_2 = -1.$

Chọn B.

Câu 5: Xác định số phức liên hợp \bar{z} của số phức z biết $\frac{(i-1)z+2}{1-2i} = 2+3i.$

A. $\bar{z} = -\frac{7}{2} + \frac{5}{2}i.$

B. $\bar{z} = \frac{7}{2} - \frac{5}{2}i.$

C. $\bar{z} = -\frac{7}{2} - \frac{5}{2}i.$

D. $\bar{z} = \frac{7}{2} + \frac{5}{2}i.$

(TRƯỜNG THPT GIA LỘC II)

Hướng dẫn giải

$$\frac{(i-1)z+2}{1-2i} = 2+3i \Leftrightarrow (i-1)z+2 = 8-i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{6-i}{i-1} = -\frac{7}{2} - \frac{5}{2}i.$$

Vậy $\bar{z} = -\frac{7}{2} + \frac{5}{2}i.$

Chọn A.

Câu 6: Cho số phức z thỏa mãn $iz = 1+2i - \frac{1+7i}{1-3i}.$ Xác định điểm A biểu diễn số phức liên hợp $\bar{z}.$

A. $A(-1;3).$

B. $A(-1;-3).$

C. $A(1;-3).$

D. $A(1;3).$

(TRƯỜNG THPT GIA LỘC II)

Hướng dẫn giải

Ta có

$$iz = 1+2i - \frac{1+7i}{1-3i} \Leftrightarrow iz = 1+2i - (-2+i) \Leftrightarrow iz = 3+i \Leftrightarrow z = \frac{3+i}{i} = 1-3i \Rightarrow \bar{z} = 1+3i$$

Chọn D

Câu 7: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 - 3z + 2 = 0$ trên tập số phức. Tính giá trị biểu thức $P = \sqrt{z_1^2 + z_1z_2 + z_2^2}.$

A. $P = \frac{\sqrt{5}}{2}.$

B. $P = \frac{5}{\sqrt{2}}.$

C. $P = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$

D. $P = \frac{\sqrt{3}}{4}.$

(TRƯỜNG THPT GIA LỘC II)

Hướng dẫn giải

Ta có $P = \sqrt{z_1^2 + z_1z_2 + z_2^2} = \sqrt{(z_1 + z_2)^2 - z_1z_2} = \sqrt{\frac{9}{4} - 1} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$

Chọn A.

Câu 8: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ biết $(z_1 - z_2)$ có phần ảo là số thực âm. Tìm phần thực của số phức $w = 2z_1^2 - z_2^2.$

A. -4.

B. 4.

C. 9.

D. -9.

(TRƯỜNG THPT HAI BÀ TRUNG_HUẾ)

Hướng dẫn giải

Ta có $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 - 2i \\ z_2 = 1 + 2i \end{cases}$ (do $z_1 - z_2 = -4i$ có phần ảo là -4).

Do đó $w = 2z_1^2 - z_2^2 = -9 - 4i$.

Vậy phần thực của số phức $w = 2z_1^2 - z_2^2$ là -9 .

Chọn D.

Câu 9: Tính $S = 1009 + i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 2017i^{2017}$

A. $S = 2017 - 1009i$.

B. $1009 + 2017i$.

C. $2017 + 1009i$.

D. $1008 + 1009i$.

(TRƯỜNG THPT HAI BÀ TRƯNG_HUẾ)

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có

$$\begin{aligned} S &= 1008 + i + 2i^2 + 3i^3 + 4i^4 + \dots + 2017i^{2017} \\ &= 1009 + (4i^4 + 8i^8 + \dots + 2016i^{2016}) + (i + 5i^5 + 9i^9 + \dots + 2017i^{2017}) + \\ &\quad + (2i^2 + 6i^6 + 10i^{10} + \dots + 2014i^{2014}) + (3i^3 + 7i^7 + 11i^{11} + \dots + 2015i^{2015}) \\ &= 1009 + \sum_{n=1}^{504} (4n) + i \sum_{n=1}^{505} (4n-3) - \sum_{n=1}^{504} (4n-2) - i \sum_{n=1}^{504} (4n-1) \\ &= 1009 + 509040 + 509545i - 508032 - 508536i \\ &= 2017 + 1009i. \end{aligned}$$

(TRƯỜNG THPT HAI BÀ TRƯNG_HUẾ)

Câu 10: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1, z_2 \neq 0; z_1 + z_2 \neq 0$ và $\frac{1}{z_1 + z_2} = \frac{1}{z_1} + \frac{2}{z_2}$. Tính $\left| \frac{z_1}{z_2} \right|$

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

(CHUYÊN QUANG TRUNG BÌNH PHƯỚC)

Hướng dẫn giải.

Đặt $x = \frac{z_1}{z_2} \Rightarrow z_1 = x.z_2$ và $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = |x|$

$$\begin{aligned} \text{Từ giả thiết } \frac{1}{z_1 + z_2} = \frac{1}{z_1} + \frac{2}{z_2} &\Leftrightarrow \frac{1}{x.z_2 + z_2} = \frac{1}{x.z_2} + \frac{2}{z_2} \Leftrightarrow \frac{1}{z_2(x+1)} = \frac{1}{z_2} \left(\frac{1}{x} + 2 \right) \Leftrightarrow \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x} + 2 \\ &\Leftrightarrow 2x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}i \Rightarrow |x| = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

Chọn A.

Câu 11: Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$. Tính $|z_1| + |z_2|$.

A. $2\sqrt{3}$.

B. 4.

C. $4\sqrt{3}$.

D. 5.

(CHUYÊN QUANG TRUNG BÌNH PHƯỚC)

Hướng dẫn giải

Ta có $z^2 + 2z + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + i\sqrt{3} \\ z_2 = -1 - i\sqrt{3} \end{cases}$.

Vậy $|z_1| + |z_2| = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} + \sqrt{(-1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = 4$.

Chọn B.

Câu 12: Tính mô đun của số phức $z = 4 - 3i$.

A. $|z| = 25$.

B. $|z| = 7$.

C. $|z| = 5$.

D. $|z| = \sqrt{7}$.

(TRƯỜNG THPT HÀ HUY TẬP_NGHỆ AN)

Hướng dẫn giải.

Ta có $|z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Chọn C.

Câu 13: Cho hai số phức $z_1 = 3 - 3i$ và $z_2 = -1 + 2i$. Phần ảo của số phức $w = z_1 + 2z_2$ là:

A. 1.

B. -1.

C. -7.

D. 7.

(TRƯỜNG THPT HÀ HUY TẬP_NGHỆ AN)

Hướng dẫn giải

Ta có $w = z_1 + 2z_2 = (3 - 3i) + 2(-1 + 2i) = 1 + i$.

Vậy phần ảo của số phức $w = z_1 + 2z_2$ là 1.

Chọn A.

Câu 14: Tìm số phức z thỏa mãn $(1 - i)(z + 1 - 2i) - 3 + 2i = 0$.

A. $z = 4 + 3i$.

B. $z = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i$.

C. $z = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}i$.

D. $z = 4 - 3i$.

(TRƯỜNG THPT HÀ HUY TẬP_NGHỆ AN)

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $(1 - i)(z + 1 - 2i) - 3 + 2i = 0 \Leftrightarrow z + 1 - 2i = \frac{3 - 2i}{1 - i} = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i \Leftrightarrow z = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i - 1 + 2i = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i$.

Câu 15: Gọi x_0 là nghiệm phức có phần ảo là số dương của phương trình $x^2 + x + 2 = 0$. Tìm số phức $z = x_0^2 + 2x_0 + 3$.

A. $z = 1 + \sqrt{7}i$.

B. $z = -2\sqrt{7}i$.

C. $z = \frac{1 + \sqrt{7}i}{2}$.

D. $z = \frac{-3 + \sqrt{7}i}{2}$.

(THPT CHUYÊN LAM SON THANH HÓA)

Hướng dẫn giải.

Ta có: $x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow z_0 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i \Rightarrow z = x_0^2 + 2x_0 + 3 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i$

Chọn C

Câu 16: Cho số phức $z = 1 + 3i$. Tính môđun của số phức $w = z^2 - i\bar{z}$.

A. $|w| = \sqrt{146}$.

B. $|w| = 5\sqrt{2}$.

C. $|w| = 50$.

D. $|w| = 10$.

(THPT CHUYÊN LAM SON THANH HÓA)

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Câu 17: Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Số phức $z = 5 - 3i$ có phần thực là 5, phần ảo -3 .
B. Điểm $M(-1; 2)$ là điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$.
C. Mô đun của số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là $a^2 + b^2$.
D. Số phức $z = \sqrt{2}i$ là số thuần ảo.

(THPT CHUYÊN LAM SON THANH HÓA)

Hướng dẫn giải

Mô đun của số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Chọn C.

Câu 18: Cho $P(z)$ là một đa thức với hệ số thực. Nếu số phức z thỏa mãn $P(z) = 0$ thì

- A. $P(|z|) = 0$. B. $P\left(\frac{1}{z}\right) = 0$. C. $P\left(\frac{1}{\bar{z}}\right) = 0$. D. $P(\bar{z}) = 0$.

(THPT CHUYÊN KHTN_HÀ NỘI)

Hướng dẫn giải

Giả sử $P(z) = a_0 + a_1z + \dots + a_nz^n = 0$

$\Rightarrow \overline{a_0 + a_1z + \dots + a_nz^n} = 0 \Rightarrow a_0 + a_1\bar{z} + \dots + a_n\bar{z}^n = 0 \Rightarrow P(\bar{z}) = 0$

Chọn D.

Câu 19: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

(THPT CHUYÊN KHTN_HÀ NỘI)

Hướng dẫn giải:

$$z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \vee z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

$$\text{Khi đó: } |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = 2.$$

Chọn C.

Câu 20: Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$

- A. $w = 7 - 3i$. B. $w = -3 - 3i$. C. $w = 3 + 7i$. D. $w = -7 - 7i$.

(THPT CHUYÊN KHTN_HÀ NỘI)

Hướng dẫn giải.

Ta có: $z = 2 + 5i \Rightarrow \bar{z} = 2 - 5i \Rightarrow w = iz + \bar{z} = i(2 + 5i) + 2 - 5i = -3 - 3i$.

Chọn B

Câu 21: Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính tổng

$$T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$$

- A. $T = 4$. B. $T = 2\sqrt{3}$ C. $T = 4 + 2\sqrt{3}$ D. $T = 2 + 2\sqrt{3}$

(THPT CHUYÊN KHTN_HÀ NỘI)

Hướng dẫn giải.

$$\text{Ta có: } z^4 - z^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 4 \\ z^2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 2 \\ z = \pm i\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = 4 + 2\sqrt{3}$$

Chọn C

Câu 22: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức \bar{z}

A. Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng $-2i$.

B. Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng -2 .

C. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $2i$.

D. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2 .

(ĐỀ THI MINH HỌA)

Hướng dẫn giải.

$$\bar{z} = 3 + 2i \Rightarrow \text{phần thực là } 3 \text{ và phần ảo là } 2.$$

Câu 23: Cho số phức z thỏa mãn $(2+3i)z - (1+2i)\bar{z} = 7-i$. Tìm môđun của z .

A. $|z| = \sqrt{5}$.

B. $|z| = 1$.

C. $|z| = \sqrt{3}$.

D. $|z| = 2$.

(TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN_HÀ NỘI).

Hướng dẫn giải

$$\text{Đặt } z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}.$$

$$(2+3i)z - (1+2i)\bar{z} = 7-i \Leftrightarrow (2+3i)(a+bi) - (1+2i)(a-bi) = 7-i$$

$$\Leftrightarrow 2a - 3b + (3a + 2b)i - a - 2b - (2a - b)i = 7 - i \Leftrightarrow a - 5b + (a + 3b)i = 7 - i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - 5b = 7 \\ a + 3b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

Chọn D.

Câu 24: Cho số phức $z = m + (m-3)i$, $m \in \mathbb{R}$. Tìm m để điểm biểu diễn của số phức z nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ hai và thứ tư.

A. $m = \frac{3}{2}$

B. $m = \frac{1}{2}$

C. $m = \frac{2}{3}$

D. $m = 0$

(TRƯỜNG THPT GIA LỘC II)

Hướng dẫn giải:

$$z = m + (m-3)i \Rightarrow M(m; m-3) \in d: y = -x \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}.$$

Chọn A

Câu 25: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$.

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

(TRƯỜNG THPT HAI BÀ TRUNG_HUẾ)

Hướng dẫn giải

$$\text{Gọi } z = a + bi \text{ với } a, b \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Khi đó } z^2 = |z|^2 + \bar{z} \Leftrightarrow (a + bi)^2 = a^2 - b^2 + a - bi \Leftrightarrow 2b^2 + a - bi - 2abi = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2b^2 + a = 0 \\ -b - 2ab = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b^2 + a = 0 \\ b(1 + 2a) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \Rightarrow a = 0 \\ a = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy có 3 số phức z thỏa mãn điều kiện đề bài là $z = 0, z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i, z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

Chọn A.

Câu 26: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1, z_2 \neq 0; z_1 + z_2 \neq 0$ và $\frac{1}{z_1 + z_2} = \frac{1}{z_1} + \frac{2}{z_2}$. Tính $\left| \frac{z_1}{z_2} \right|$

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

(CHUYÊN QUANG TRUNG BÌNH PHƯỚC)

Hướng dẫn giải.

Đặt $x = \frac{z_1}{z_2} \Rightarrow z_1 = x.z_2$ và $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = |x|$

$$\begin{aligned} \text{Từ giả thiết } \frac{1}{z_1 + z_2} = \frac{1}{z_1} + \frac{2}{z_2} &\Leftrightarrow \frac{1}{x.z_2 + z_2} = \frac{1}{x.z_2} + \frac{2}{z_2} \Leftrightarrow \frac{1}{z_2(x+1)} = \frac{1}{z_2} \left(\frac{1}{x} + 2 \right) \Leftrightarrow \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x} + 2 \\ &\Leftrightarrow 2x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}i \Rightarrow |x| = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

Chọn A.

Câu 27: Trên trường số phức \mathbb{C} , cho phương trình $az^2 + bz + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$).

Chọn khẳng định sai:

- A. Phương trình luôn có nghiệm.
 B. Tổng hai nghiệm bằng $-\frac{b}{a}$.
 C. Tích hai nghiệm bằng $\frac{c}{a}$.
 D. $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

(CHUYÊN QUANG TRUNG BÌNH PHƯỚC)

Hướng dẫn giải.

Trên trường số phức \mathbb{C} , phương trình bậc hai luôn có nghiệm \Rightarrow A đúng.

- Tổng hai nghiệm $z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow$ B đúng.
- Tích hai nghiệm $z_1.z_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow$ C đúng.
- $\Delta = b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow$ Phương trình bậc hai có nghiệm phức \Rightarrow D sai.

Chọn D.

Câu 28: Cho thỏa mãn $z \in \mathbb{C}$ thỏa mãn $(2+i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} + 1 - 2i$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w = (3-4i)z - 1 + 2i$ là đường tròn I , bán kính R . Khi đó.

- A. $I(-1; -2), R = \sqrt{5}$. B. $I(1; 2), R = \sqrt{5}$. C. $I(-1; 2), R = 5$. D. $I(1; -2), R = 5$.

(CHUYÊN QUANG TRUNG BÌNH PHƯỚC)

Hướng dẫn giải

Đặt $z = a + bi$ và $|z| = c > 0$, với $a; b; c \in \mathbb{R}$.

Lại có $w = (3 - 4i)z - 1 + 2i \Leftrightarrow z = \frac{w + 1 - 2i}{3 - 4i}$.

Gọi $w = x + yi$ với $x; y \in \mathbb{R}$.

Khi đó $|z| = c \Rightarrow \left| \frac{w + 1 - 2i}{3 - 4i} \right| = c \Leftrightarrow \frac{|w + 1 - 2i|}{|3 - 4i|} = c \Leftrightarrow |x + yi + 1 - 2i| = 5c$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = 5c \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 25c^2$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn $I(-1; 2)$.

Khi đó chỉ có chọn C có khả năng đúng và theo đó $R = 5 \Rightarrow 5c = 5 \Rightarrow c = 1$.

Thử $c = 1$ vào phương trình (1) thì thỏa mãn.

Chọn C.

(CHUYÊN QUANG TRUNG BÌNH PHƯỚC)

Câu 29: Tìm số phức z thỏa mãn $zi + 2\bar{z} = 4 - 4i$.

A. $z = 4 - 4i$

B. $z = 3 - 4i$

C. $z = 3 + 4i$

D. $z = 4 + 4i$

(TRƯỜNG THPT HÀ HUY TẬP NGHỆ AN)

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Giả sử $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$. Khi đó $zi + 2\bar{z} = 4 - 4i \Leftrightarrow (a - 2b)i + 2a - b = 4 - 4i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b = -4 \\ 2a - b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 4 \end{cases}$

Câu 30: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời điều kiện $|z\bar{z} + z| = 2$ và $|z| = 2$?

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

(THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA)

Hướng dẫn giải

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có:

$\begin{cases} |z\bar{z} + z| = 2 \\ |z| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x^2 + y^2 + x + yi| = 2 \\ \sqrt{x^2 + y^2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |(4+x) + yi| = 2 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (4+x)^2 + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 16 = 0 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}$. Vậy có đúng một số phức z thỏa đề.

Chọn D

Câu 31: Nếu số phức z thỏa mãn $|z| = 1$ thì phần thực của $\frac{1}{1-z}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. Một giá trị khác.

(THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA)

Hướng dẫn giải

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$.

$|z| = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$

$$\text{TH1. } a = 0 \Rightarrow -b^2 - b + 1 = 0 \Rightarrow b = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{TH2. } b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a^2 + \frac{5}{4} = 0 \text{ vô nghiệm.}$$

Chọn A.

Câu 35: Cho z_1, z_2, z_3 là các số phức thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $|z_1 + z_2 + z_3| = |z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1|.$

B. $|z_1 + z_2 + z_3| > |z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1|.$

C. $|z_1 + z_2 + z_3| < |z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1|.$

D. $|z_1 + z_2 + z_3| \neq |z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1|.$

(TRƯỜNG CHUYÊN KHTN_HÀ NỘI)

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } |z_1| = |z_2| = |z_3| = 1 \Rightarrow \bar{z}_1 = \frac{1}{z_1}, \bar{z}_2 = \frac{1}{z_2}, \bar{z}_3 = \frac{1}{z_3}$$

Mặt khác ta có

$$|z_1 + z_2 + z_3| = |\bar{z}_1 + \bar{z}_2 + \bar{z}_3| = \left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} \right| = \left| \frac{z_2z_3 + z_1z_2 + z_3z_1}{z_1z_2z_3} \right| = |z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1|$$

Chọn A.

(THPT CHUYÊN KHTN_HÀ NỘI)

Câu 36: Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính tổng

$$T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$$

A. $T = 4.$

B. $T = 2\sqrt{3}$

C. $T = 4 + 2\sqrt{3}$

D. $T = 2 + 2\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải.

$$\text{Ta có: } z^4 - z^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 4 \\ z^2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 2 \\ z = \pm i\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = 4 + 2\sqrt{3}$$

Chọn C

Câu 37: Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3 + 4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 4.$

B. $r = 5.$

C. $r = 20.$

D. $r = 22.$

Hướng dẫn giải.

$$\text{Gọi } w = a + bi, \text{ ta có } w = a + bi = (3 + 4i)z + i \Leftrightarrow z = \frac{a + (b-1)i}{3 + 4i} = \frac{[a + (b-1)i](3 - 4i)}{9 - 16i^2}$$

$$= \frac{3a + 4b - 4}{25} + \frac{(3b - 4a - 3)}{25}i \Rightarrow |z| = \frac{\sqrt{(3a + 4b - 4)^2 + (3b - 4a - 3)^2}}{25}$$

$$\text{Mà } |z| = 4 \text{ nên } \Leftrightarrow (3a + 4b - 4)^2 + (3b - 4a - 3)^2 = 100^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2b = 399$$

Theo giả thiết, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3 + 4i)z + i$ là một đường tròn nên ta có

$$a^2 + b^2 - 2b = 399 \Leftrightarrow a^2 + (b-1)^2 = 400 \Rightarrow r = \sqrt{400} = 20$$

Chọn C.

Câu 38: Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $1+i, 2+3i$. Số phức z biểu diễn bởi điểm Q sao cho $\overline{MN} + 3\overline{MQ} = \vec{0}$ là:

- A. $z = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}i$. B. $z = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}i$. C. $z = -\frac{2}{3} + \frac{1}{3}i$. D. $z = -\frac{2}{3} - \frac{1}{3}i$.

(TTLT ĐH DIỆU HIỀN_CẦN THO).

Hướng dẫn giải

Ta có điểm $M(1;1), N(2;3)$. Vectơ $\overline{MN} = (1;2)$ và $\overline{MQ} = (x_Q - 1; y_Q - 1)$.

Ta có $\overline{MN} + 3\overline{MQ} = \vec{0}$ khi chỉ khi $\begin{cases} 1+3(x_Q - 1) = 0 \\ 2+3(y_Q - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_Q = \frac{2}{3} \\ y_Q = \frac{1}{3} \end{cases}$. Vậy $z = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}i$

Chọn B.

Câu 39: Cho hình vuông $ABCD$ có tâm H và A, B, C, D, H lần lượt là điểm biểu diễn cho các số phức a, b, c, d, h . Biết $a = -2+i; h = 1+3i$ và số phức b có phần ảo dương. Khi đó, mô-đun của số phức b là:

- A. $\sqrt{13}$. B. $\sqrt{10}$. C. $\sqrt{26}$. D. $\sqrt{37}$.

(TTLT ĐH DIỆU HIỀN_CẦN THO).

Hướng dẫn giải

Do $ABCD$ là hình vuông và H là tâm hình vuông nên ta có $HB \perp AH, HB = AH$

Do điểm A biểu diễn bởi số phức $a = -2+i \Rightarrow A(-2;1)$, Điểm H biểu diễn bởi $h = 1+3i \Rightarrow H(1;3)$

Đường thẳng BH nhận $\overline{AH}(3;2)$ làm VTPT nên có phương trình là:

$$3(x-1) + 2(y-3) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - 9 = 0$$

Do $B \in BH \Rightarrow B\left(\frac{9-2m}{3}; m\right), m > 0$

Ta có: $AH^2 = BH^2 \Leftrightarrow 3^2 + 2^2 = \left(\frac{9-2m}{3} - 1\right)^2 + (m-3)^2$

$$\Leftrightarrow 13m^2 - 78m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 6 \end{cases} \Rightarrow m = 6$$

Vậy $b = -1+6i$, suy ra mô-đun của số phức b là: $\sqrt{37}$

Chọn D.

(TTLT ĐH DIỆU HIỀN_CẦN THO).

Câu 40: Với các số phức z thỏa mãn $|z-2+i|=4$, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tìm bán kính R đường tròn đó

- A. $R = 8$ B. $R = 16$. C. $R = 2$. D. $R = 4$.

(TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN_HÀ NỘI).

Hướng dẫn giải.

Gọi $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$. Khi đó $|z - 2 + i| = 4 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4^2$.

Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có tâm $I(2; -1)$ và bán kính $R = 4$

Chọn D.

Câu 41: Với hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = 8 + 6i$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z_1| + |z_2|$

A. $P = 5 + 3\sqrt{5}$.

B. $P = 2\sqrt{26}$.

C. $P = 4\sqrt{6}$.

D. $P = 34 + 3\sqrt{2}$.

(TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN_HÀ NỘI).

Hướng dẫn giải:

Chọn chọn B.

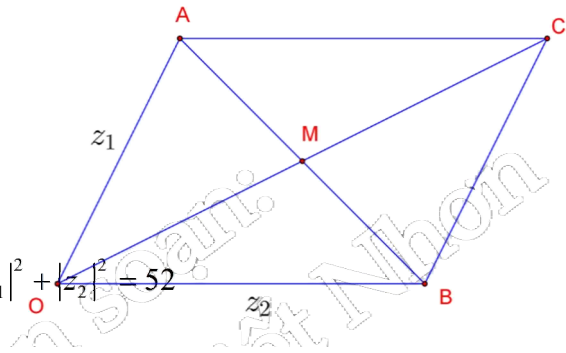
Đặt $OA = |z_1|, OB = |z_2|$ (với O là gốc tọa độ, A, B là điểm biểu diễn của z_1, z_2).

Dựng hình bình hành $OACB$, khi đó ta có

$$AB = |z_1 - z_2| = 2, OC = |z_2 + z_1| = 10, OM = 5$$

Theo định lý đường trung tuyến ta có

$$OM^2 = \frac{2(OA^2 + OB^2) - AB^2}{4} \Rightarrow OA^2 + OB^2 = 52 \Rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 = 52$$



$$\text{Ta có } |z_1| + |z_2| \leq \sqrt{2(|z_1|^2 + |z_2|^2)} = 2\sqrt{26} \Rightarrow P_{\max} = 2\sqrt{26}$$

(TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN_HÀ NỘI).

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn $|iz - 2i| = |1 - 2i|$. Biết rằng trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn. Hãy xác định tọa độ tâm I của đường tròn đó.

A. $I(0; 2)$.

B. $I(0; -2)$.

C. $I(-2; 0)$.

D. $I(2; 0)$.

(TRƯỜNG THPT GIA LỘC II)

Hướng dẫn giải

Giả sử $z = x + iy$ suy ra là $M(x; y)$ điểm biểu diễn cho số phức z .

$$\text{Ta có } |iz - 2i| = |1 - 2i| \Leftrightarrow |i(x + iy) - 2i| = |1 - 2i| \Leftrightarrow |-y + (x - 2)i| = |1 - 2i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x - 2)^2 + y^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} \Leftrightarrow (x - 2)^2 + y^2 = 5.$$

Chọn D.

Câu 43: Cho số phức z thỏa mãn $|iz + 4 - 3i| = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

(TRƯỜNG THPT GIA LỘC II)

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } 1 = |z - (3 + 4i)| \geq |3 + 4i| - |z| = 5 - |z| \Leftrightarrow |z| \geq 5 - 1 = 4.$$

Chọn B.

Câu 44: Tìm tập hợp các điểm M biểu diễn hình học số phức z trong mặt phẳng phức, biết số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z + 4| + |z - 4| = 10$.

A. Tập hợp các điểm cần tìm là đường tròn có tâm $O(0;0)$ và có bán kính $R = 4$.

B. Tập hợp các điểm cần tìm là đường elip có phương trình $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$.

C. Tập hợp các điểm cần tìm là những điểm $M(x;y)$ trong mặt phẳng Oxy thỏa mãn phương trình $\sqrt{(x+4)^2 + y^2} + \sqrt{(x-4)^2 + y^2} = 12$.

D. Tập hợp các điểm cần tìm là đường elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

(TRƯỜNG THPT HAI BÀ TRUNG_HUẾ)

Hướng dẫn giải

Ta có: Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$.

Gọi $A(4;0)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = 4$.

Gọi $B(-4;0)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = -4$.

Khi đó: $|z + 4| + |z - 4| = 10 \Leftrightarrow MA + MB = 10$. (*)

Hệ thức trên chứng tỏ tập hợp các điểm M là elip nhận A, B là các tiêu điểm.

Gọi phương trình của elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b > 0, a^2 = b^2 + c^2)$

Từ (*) ta có: $2a = 10 \Leftrightarrow a = 5$.

$AB = 2c \Leftrightarrow 8 = 2c \Leftrightarrow c = 4 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 9$

Vậy quỹ tích các điểm M là elip: $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Chọn D.

Câu 45: Trong mặt phẳng phức gọi M là điểm biểu diễn cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, ab \neq 0$), M' là điểm biểu diễn cho số phức \bar{z} . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M' đối xứng với M qua Oy .

B. M' đối xứng với M qua Ox .

C. M' đối xứng với M qua O .

D. M' đối xứng với M qua đường thẳng $y = x$.

(CHUYÊN QUANG TRUNG BÌNH PHƯỚC)

Hướng dẫn giải:

Ta có: $M(a;b)$ và $M'(a;-b)$ nên M' đối xứng với M qua Ox .

Chọn B.

Câu 46: Cho thỏa mãn $z \in \mathbb{C}$ thỏa mãn $(2+i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} + 1 - 2i$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w = (3-4i)z - 1 + 2i$ là đường tròn I , bán kính R . Khi đó.

A. $I(-1;-2), R = \sqrt{5}$.

B. $I(1;2), R = \sqrt{5}$.

C. $I(-1;2), R = 5$.

D. $I(1;-2), R = 5$.

(CHUYÊN QUANG TRUNG BÌNH PHƯỚC)

Hướng dẫn giải

Đặt $z = a + bi$ và $|z| = c > 0$, với $a; b; c \in \mathbb{R}$.

Lại có $w = (3 - 4i)z - 1 + 2i \Leftrightarrow z = \frac{w + 1 - 2i}{3 - 4i}$.

Gọi $w = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Khi đó $|z| = c \Rightarrow \left| \frac{w + 1 - 2i}{3 - 4i} \right| = c \Leftrightarrow \frac{|w + 1 - 2i|}{|3 - 4i|} = c \Leftrightarrow |x + yi + 1 - 2i| = 5c$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = 5c \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 25c^2$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn $I(-1; 2)$.

Khi đó chỉ có chọn C có khả năng đúng và theo đó $R = 5 \Rightarrow 5c = 5 \Rightarrow c = 1$.

Thử $c = 1$ vào phương trình (1) thì thỏa mãn.

Chọn C.

(CHUYÊN QUANG TRUNG BÌNH PHƯỚC)

Câu 47: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |z - i|$. Tìm mô đun nhỏ nhất của số phức $w = 2z + 2 - i$.

A. $\frac{3}{2\sqrt{2}}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

(TRƯỜNG THPT HÀ HUY TẬP NGHỆ AN)

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Giả sử $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$. Khi đó $|z - 1| = |z - i| \Leftrightarrow |a - 1 + bi| = |a + (b - 1)i|$

$\Leftrightarrow (a - 1)^2 + b^2 = a^2 + (b - 1)^2 \Leftrightarrow a - b = 0$.

Khi đó $w = 2z + 2 - i = 2(a + ai) + 2 - i = (2a + 2) + i(a - 1)$.

$\Rightarrow |w| = \sqrt{(2a + 2)^2 + (2a - 1)^2} = \sqrt{8a^2 + 4a + 5} \geq \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Vậy mô đun nhỏ nhất của số phức w là $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 48: Cho số phức z , tìm giá trị lớn nhất của $|z|$ biết rằng z thỏa mãn điều kiện $\left| \frac{-2 - 3i}{3 - 2i}z + 1 \right| = 1$.

A. 3.

B. $\sqrt{2}$.

C. 2.

D. 1.

(THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA)

Hướng dẫn giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Ta có: $\left| \frac{-2 - 3i}{3 - 2i}z + 1 \right| = 1 \Leftrightarrow |-iz + 1| = 1 \Leftrightarrow |z + i| = 1 \Leftrightarrow x^2 + (y + 1)^2 = 1$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0; -1)$, bán kính $R = 1$.

Gọi M là điểm biểu diễn số phức z , ta có $IM = 1$.

Ta có: $|z| = OM \leq OI + IM \leq 2$.

Chọn C.

Câu 49: Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3 + 4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 4$.

B. $r = 5$.

C. $r = 20$.

D. $r = 22$.

Hướng dẫn giải.

$$\text{Gọi } w = a + bi, \text{ ta có } w = a + bi = (3 + 4i)z + i \Leftrightarrow z = \frac{a + (b-1)i}{3 + 4i} = \frac{[a + (b-1)i](3 - 4i)}{9 - 16i^2}$$
$$= \frac{3a + 4b - 4}{25} + \frac{(3b - 4a - 3)}{25}i \Rightarrow |z| = \frac{\sqrt{(3a + 4b - 4)^2 + (3b - 4a - 3)^2}}{25}$$

$$\text{Mà } |z| = 4 \text{ nên } \Leftrightarrow (3a + 4b - 4)^2 + (3b - 4a - 3)^2 = 100^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2b = 399$$

Theo giả thiết, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3 + 4i)z + i$ là một đường tròn nên ta có

$$a^2 + b^2 - 2b = 399 \Leftrightarrow a^2 + (b-1)^2 = 400 \Rightarrow r = \sqrt{400} = 20$$

Chọn C.

Câu 50: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = 3-i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên ?

A. Điểm P .

B. Điểm Q .

C. Điểm M .

D. Điểm N .

(ĐỀ THI MINH HỌA)

Hướng dẫn giải.

$$\text{Gọi } z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$$

$$\text{Khi đó: } (1+i)z = 3-i \Leftrightarrow (x-y-3) + (x+y+1)i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y-3=0 \\ x+y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases} \Rightarrow Q(1; -2).$$

Chọn A

